

「手を動かしてまなぶ 続・線形代数 詳細解答」正誤表  
(2024年1月9日版)

場所	誤	正
p. 19, 上から 3 行目	$(A - 2E)^2$	$-(A - 2E)^2$
p. 19, 上から 4, 5 行目	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$(-1)^j \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
p. 19, 上から 6 行目	$-x_1$	$x_1$
p. 33, 下から 5 行目	$2E)^2$	$2E)^l$
p. 37, 下から 8 行目	$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) - f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{y})$	$f(\mathbf{x} + \mathbf{y}) - f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})$
p. 37, 下から 6 行目	$+ \langle f(c\mathbf{x}), f(c\mathbf{x}) \rangle$	$+ c\bar{c} \langle f(\mathbf{x}), f(\mathbf{x}) \rangle$
p. 37, 下から 5 行目	$+ \langle c\mathbf{x}, c\mathbf{x} \rangle$	$+ c\bar{c} \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle$
p. 54, 下から 5 行目	$\sum_{i,j=2}^l$	$\sum_{i,j=2}^{l+1}$
p. 59, 上から 7 行目	$\sum_{i=k+1}^n$ (2箇所)	$\sum_{i=k+1}^m$
p. 61, 上から 5 行目	$\mathcal{S}_p$ の元	$\mathcal{S}_p$ の元

その他

○ p.38, 解 14.5 : 次と差し替える.

$X, Y$  の  $(j, k)$  成分をそれぞれ  $x_{jk}, y_{jk}$  とすると,  $XY^*$  の  $(j, j)$  成分は  $\sum_{k=1}^n x_{jk} \overline{y_{jk}}$  であることに注意する. さらに,  $Z \in M_{m,n}(\mathbf{C}), c \in \mathbf{C}$  とする.  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  が定義 13.1 の共役対称性, 半線形性, 正値性をみたすことを示せばよい.

共役対称性  $\langle X, Y \rangle = \text{tr}(XY^*) = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{jk} \overline{y_{jk}} = \overline{\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n y_{jk} \overline{x_{jk}}} = \overline{\text{tr}(YX^*)} = \overline{\langle Y, X \rangle}$  である. よって,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$

は共役対称性をみたす.

半線形性 まず,  $\langle X + Y, Z \rangle = \text{tr}\{(X + Y)Z^*\} = \text{tr}(XZ^* + YZ^*) = \text{tr}(XZ^*) + \text{tr}(YZ^*) = \langle X, Z \rangle + \langle Y, Z \rangle$  である. また,  $\langle X, cY \rangle = \text{tr}\{X(cY)^*\} = \text{tr}\{X(\bar{c}Y^*)\}$  ( $\because$  (14.19) 第 3 式)  $= \bar{c} \text{tr}(XY^*) = \bar{c} \langle X, Y \rangle$  である. よって,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  は半線形性をみたす.

正値性  $\langle X, X \rangle = \text{tr}(XX^*) = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n x_{jk} \overline{x_{jk}} = \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n |x_{jk}|^2 \geq 0$  である. さらに,  $\langle X, X \rangle = 0$  となるのは, 任意の  $j = 1, 2, \dots, m$  および  $k = 1, 2, \dots, n$  に対して,  $x_{jk} = 0$ , すなわち,  $X = O$  のときである. よって,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$

は正値性をみたす.