線型代数II（藤岡敦担当）演習問題

出題日：２０１２年１月１６日

解答は提出しなくてよい．１月２４日に解説を行う．

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とおく．

(1) A の固有値を求めよ．

(2) A の各固有値に対する固有空間を求めよ．

(3) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を一つ求めよ．

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおく．このとき, A の固有値は -1 と 2 で, それぞれの固有値に対する固有空間は

$$W(-1) = \left\{ c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \middle| c \in \mathbf{R} \right\},$$

$$W(2) = \left\{ c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| c_1, c_2 \in \mathbf{R} \right\}$$

となることが分かる．$P^{-1}AP$ が対角行列となるような直交行列 P を一つ求めよ．