第 14 章　ポートフォリオ理論　Part 1

1.　ポートフォリオ理論の歴史

ポートフォリオ（Portfolio）とは，もともと様々な書類等の入った「書類カバン」といった意味であるが，資産運用の世界では，様々な資産あるいは株式銘柄の組み合わせのことであり，投資家の保有証券リストといった意味で用いられている。

ポートフォリオ理論または**モダンポートフォリオ理論**（Modern Portfolio Theory: MPT）とは，合理的な投資家ならば，リスクを最小化しかつリターンを最大化させようとするために，どのようにいろいろな資産を組み合わせるかということを明らかにする理論である。

この理論は，後にノーベル経済学賞の対象となったハリー・マーコウィッツの論文，Markowitz, H. (1952). "Portfolio Selection." *Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, pp. 77–91.で初めて紹介された。しかしながら，このマーコウィッツのポートフォリオ理論は，計算量が膨大であったので実用化には至らなかった。この問題を克服したのがウィリアム・シャープのマーケットモデルおよび**資本資産評価モデル**（Capital Asset Pricing Model: CAPM）である。この理論は，マーコウィッツと同じくノーベル経済学賞の対象となった論文，Sharpe, W. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk." *Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3, pp. 425–442.で紹介されたもので，市場均衡のもとでは，ある資産の超過リターンは，その資産のリスクと，市場ポートフォリオの超過リターンによって決定されるということを示している。

2.　リスクとリターン

ポートフォリオ理論の基本的な考え方は，自己の資産を投資する際に，様々な投資先の中から，<u>リスク</u>を最小化しかつ<u>リターン</u>を最大化させることの出来る組み合せ，すなわち最適な資産配分を見付け出そうというものである。

2.1　リターン

リターンの尺度としては，収益率の期待値である<u>**期待収益率**</u>が用いられる。

$$E[\tilde{R}] = \sum_{i=1}^{n} p_i R_i = p_1 R_1 + p_2 R_2 + \dots + p_n R_n$$

$E[\tilde{R}]$：期待収益率

p_i：i の生起確率で $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

R_i：i の場合の収益率

2.2　リスク

リスクの尺度としては，収益率のバラつきである<u>標準偏差</u>が用いられる。

$$Var[\tilde{R}] = E[\{\tilde{R} - E(\tilde{R})\}^2] = \sum_{i=1}^{n} p_i\{R_i - E(\tilde{R})\}^2$$

$$= p_1\{R_1 - E(\tilde{R})\}^2 + p_2\{R_2 - E(\tilde{R})\}^2 + \ldots + p_n\{R_n - E(\tilde{R})\}^2$$

$$= \sigma^2$$

$$\sigma = \sqrt{Var[\tilde{R}]} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i\{R_i - E(\tilde{R})\}^2}$$

$Var[\tilde{R}] = \sigma^2$：収益率の分散

σ：収益率の標準偏差

3.　二証券間の連動性

ポートフォリオは複数の証券から構成されている。このとき重要になるのが，二つの証券がどの程度同じ動きをするかを表す，<u>共分散</u>と<u>相関係数</u>という指標であり，これらは，リスク分散効果を表すのに重要な役割を果たすものである。

3.1　共分散

二証券間のリターンの連動性を表す尺度としては**共分散**が用いられる。

$$Cov[\tilde{R}_A, \tilde{R}_B] = E[\{\tilde{R}_A - E(\tilde{R}_A)\}\{\tilde{R}_B - E(\tilde{R}_B)\}] = \sum_{i=1}^{n} p_i\{R_{Ai} - E(\tilde{R}_A)\}\{R_{Bi} - E(\tilde{R}_B)\}$$

$$= p_1\{R_{A1} - E(\tilde{R}_A)\}\{R_{B1} - E(\tilde{R}_B)\} + p_2\{R_{A2} - E(\tilde{R}_A)\}\{R_{B2} - E(\tilde{R}_B)\} + \ldots$$

$$+ p_n\{R_{An} - E(\tilde{R}_A)\}\{R_{Bn} - E(\tilde{R}_B)\}$$

$$= \sigma_{AB}$$

σ_{AB}：証券 A と証券 B の共分散

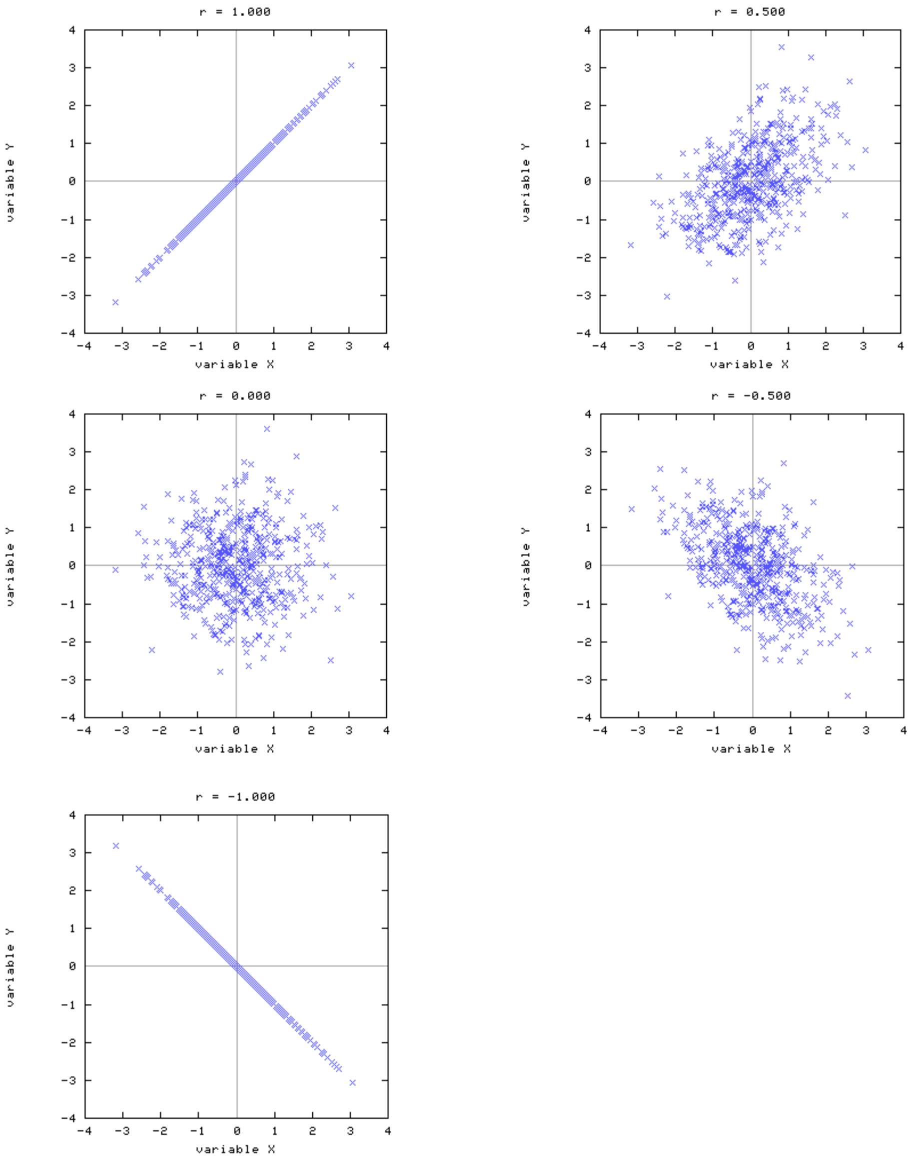
3.2　相関係数

共分散を二証券の標準偏差の積で割ることによって，二証券間の連動性を単位に影響を受けない指標で表したものが**相関係数**である。

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{E[\{\tilde{R}_A - E(\tilde{R}_A)\}\{\tilde{R}_B - E(\tilde{R}_B)\}]}{\sqrt{E[\{\tilde{R}_A - E(\tilde{R}_A)\}^2]}\sqrt{E[\{\tilde{R}_B - E(\tilde{R}_B)\}^2]}}$$

ρ_{AB}：証券 A と証券 B の相関係数

相関係数（通常 ρ または r で表記される）は，$-1 \leqq \rho \leqq 1$ の範囲を取り，$\rho < 0$ のときは負の相関，$\rho = 0$ のときは無相関，$\rho > 0$ のときは正の相関があるといわれる。



[問題 11-1]

ある投資家は，今後の経済状況の変化と関連させて，証券 A の今後一年間の投資収益率を次のように予想した。このとき以下の問に答えなさい。

経済状況の変化	生起確率	証券 A の予想投資収益率
良い	30%	25%
普通	50%	5%
悪い	20%	–10%

（1）証券 A の期待投資収益率を求めなさい。

＿＿＿＿＿＿＿%

（2）証券 A の投資収益率の分散を求めなさい。

＿＿＿＿＿＿＿$\%^2$

（3）証券 A の投資収益率の標準偏差を求めなさい。

＿＿＿＿＿＿＿%

[問題 11-2]

ある投資家は，今後の経済状況の変化と関連させて，証券 A の今後一年間の投資収益率を次のように予想した。このとき以下の問に答えなさい。証券 A の期待投資収益率，分散，標準偏差を求めなさい。

経済状況の変化	生起確率	証券 A の予想投資収益率	証券 B の予想投資収益率
状況 1	50%	20%	0%
状況 2	30%	10%	5%
状況 3	20%	–10%	10%

（1）証券 A の期待投資収益率と標準偏差を求めなさい。

期待収益率　標準偏差

＿＿＿＿%　＿＿＿＿%

（2）証券 B の期待投資収益率と標準偏差を求めなさい。

期待収益率　標準偏差

＿＿＿＿%　＿＿＿＿%

（3）証券 A と証券 B の共分散と相関係数を求めなさい。

共分散　相関係数

＿＿＿＿$\%^2$　＿＿＿＿