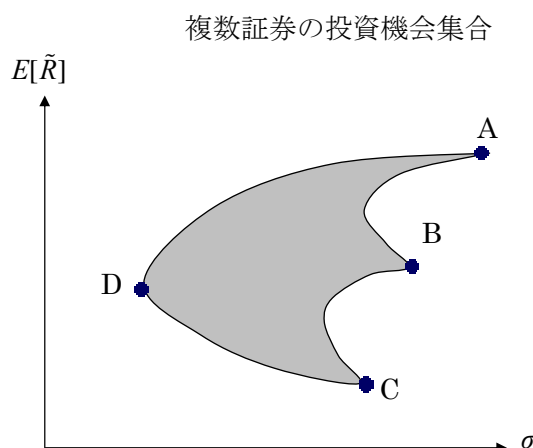


第 16 章 ポートフォリオ理論 Part 3

1. 効率的フロンティア

多数の証券で構成されるポートフォリオのリスクとリターンの関係は複雑であるが, その取り得る範囲を図示すると次のようになる。



投資機会集合：面ABCD（灰色の部分で投資可能な点の集合）

最小分散境界：曲線 ADC（同じリターンでリスクが最小な点の集合）

最小分散ポートフォリオ：点 D（リスクが最小の点）

効率的フロンティア：曲線 AD（同じリスクでリターンが最大の点の集合）

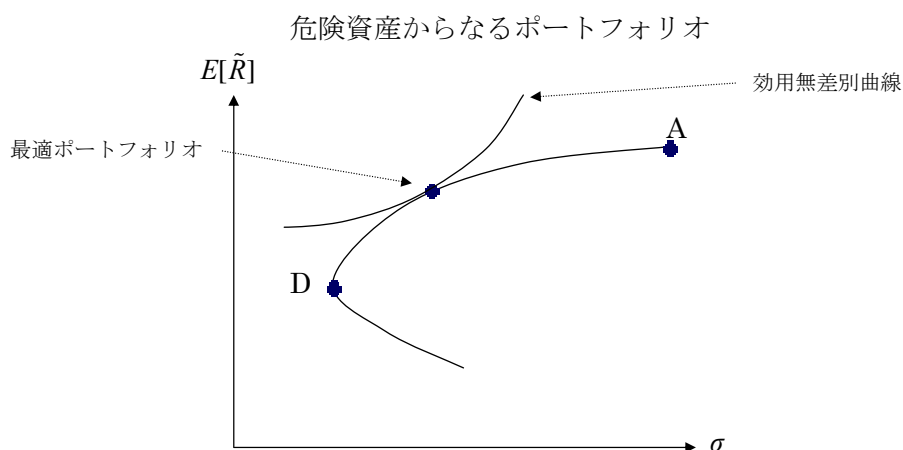
効率的ポートフォリオ：曲線 AD 上の点

2. 最適ポートフォリオ

投資家が選択可能な投資機会集合のなかで, 投資家の効用を最大にする投資 (ポートフォリオ) を**最適ポートフォリオ**という。リスク回避的な投資家は, 効率的フロンティア上のポートフォリオのみを投資対象とするので, 最適ポートフォリオは, 効率的フロンティア上で投資家の効用を最大にするポートフォリオであるといえる。

2.1 危険資産からなるポートフォリオにおける最適ポートフォリオ

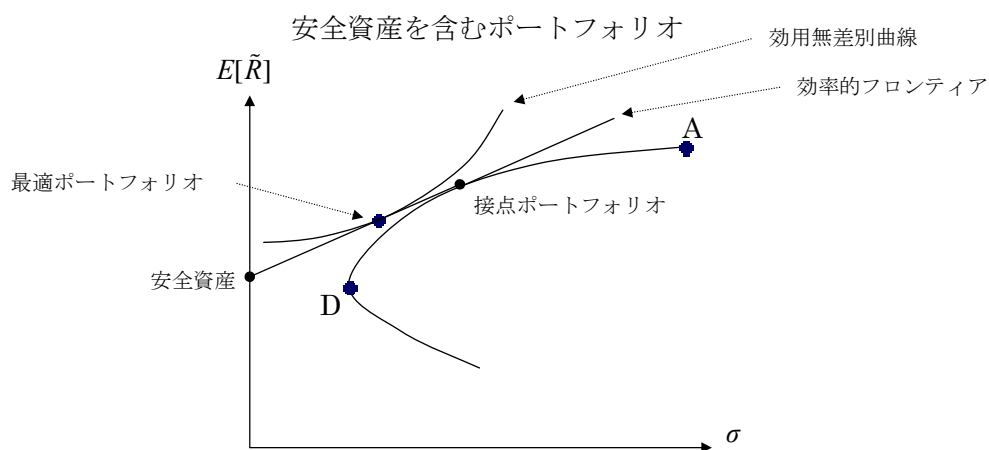
リスク回避的な投資家の効用無差別曲線は右肩上がりである。ここで, 一般的な投資家はリスク回避的であると仮定すると, **投資家にとっての最適ポートフォリオは効率的フロンティアと効用無差別曲線の接点**となる。



2.2 安全資産を含むポートフォリオにおける最適ポートフォリオ

危険資産からなるポートフォリオと安全資産を含むポートフォリオでは、効率的フロンティアが異なってくる。安全資産を含むポートフォリオにおける効率的フロンティアは、安全資産から危険資産の効率的フロンティアに向かって引かれた接線となる。この接点における危険資産のポートフォリオを接点ポートフォリオという。

従って、リスク回避的な投資家にとっての最適ポートフォリオは、安全資産を含むポートフォリオの効率的フロンティアと効用無差別曲線の接点となる。



3. 分離定理 (Separation Theorem)

投資対象に安全資産が含まれる場合の、リスク回避的投資家の投資プロセスは、以下のようである。

- (i) 危険資産ポートフォリオから最も効率的なポートフォリオを決定する。
- (ii) この危険資産の効率的ポートフォリオと安全資産への投資比率を決定する。

危険資産ポートフォリオで効率的なポートフォリオは接点ポートフォリオだけであるので、危険資産ポートフォリオの構成比率は、投資家の選好にかかわらず一意に決まる。すなわち**投資家の効用や選好は危険資産ポートフォリオの構成比率とは無関係**であり、投資家は危険資産ポートフォリオと安全資産への投資比率に関してのみ選好に応じて決定するのである。これをトービン (James Tobin, 1981 年にノーベル経済学賞を受賞) の**分離定理**という。

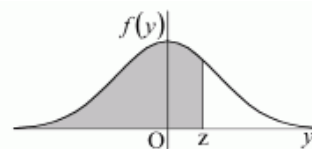
付録：正規分布表

平均が μ , 分散が σ^2 である正規分布の確率密度関数は, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ であり, $N(\mu, \sigma^2)$

と表される。このとき $Y = \frac{X-\mu}{\sigma}$ として変数変換を行うと正規分布が標準化され, $N(0, 1)$ となる。

標準正規分布の確率密度関数 : $f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}$

標準正規分布の累積密度関数 : $\Pr[y \leq z] = \int_{-\infty}^z f(y)dy$



標準正規確率表

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

[問題 13-1]

証券 A への投資の一年後の期待収益率 (リターン) は 10%, 標準偏差 (リスク) は 5% であり, その分布は正規分布に近似できるとする。このとき以下の問いに答えなさい。

- (1) 証券 A への投資の一年後の収益率が, 8%~12%の間に収まる確率をもとめなさい。

確率
_____ %

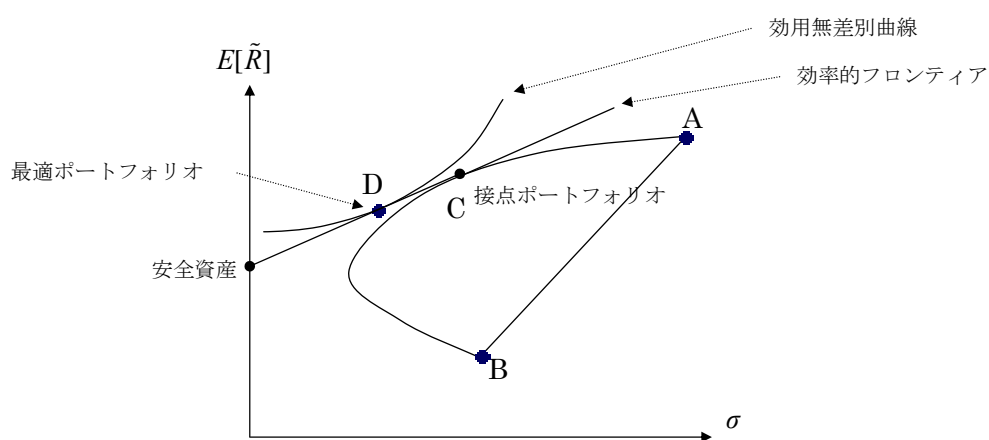
- (2) 証券 A への投資の一年後の収益率が, 3.25%~16.75%の間に収まる確率をもとめなさい。

確率
_____ %

[問題 13-2]

以下のような期待収益率（リターン）と標準偏差（リスク）をもつ証券 A, 証券 B, 安全資産からなるポートフォリオがある。このとき以下の問いに答えなさい。

証券名	期待収益率	標準偏差
証券 A	20%	12%
証券 B	15%	8%
安全資産	6%	0%



- (1) 接点ポートフォリオ (点 C) における危険資産ポートフォリオの組み入れ比率は、証券 A が 70%, 証券 B が 30% である。このとき、接点ポートフォリオの期待収益率と標準偏差を求めなさい。なお証券 A と証券 B の相関係数は -0.5 である。

期待収益率 標準偏差
 _____% _____%

- (2) 最適ポートフォリオ (点 D) における安全資産と危険資産ポートフォリオの組み入れ比率は、安全資産が 50%、危険資産ポートフォリオが 50%である。このとき、最適ポートフォリオの期待収益率と標準偏差を求めなさい。

期待収益率 標準偏差
 _____ % _____ %

- (3) 最適ポートフォリオ (点 D) の期待収益率が 95%の確率で取り得る範囲 (95%信頼区間) を求めなさい。なお収益率は正規分布に従うものとする。

期待収益率の 95%信頼区間
 _____ % ~ _____ %