

第 19 章 パフォーマンスの測定

1. ポートフォリオのパフォーマンス測定

ポートフォリオ (ファンド) のパフォーマンス測定方法としては, 期中のポートフォリオへの追加投資やその反対の引き出しといったキャッシュフロー効果を考慮するかに否かによって, 金額加重収益率と時間加重収益率とに区分される。

1.1 時間加重収益率 (Time-Weighted Rate of Return)

時間加重収益率は, 評価対象期間における資金の流入および流出による影響を排除した収益率である。時間加重方式は, 資金の流入・流出が収益率に反映されないため, 運用者のパフォーマンスを評価するのに適している。

<時間加重収益率>

第 0 時点に投資が行われて第 n 時点にその投資成果が計測されるとする。このとき時間加重収益率は, 以下の等式を満たす r である。

$$\prod_{t=1}^{n-1} \frac{V_t}{V_0} \cdot \frac{V_{t+1}}{V_t + C_t} = (1+r)^n$$

V_0 : 第 0 時点の投資金額

V_n : 第 n 時点の投資金額

C_t : 第 t 時点の資金の流入・流出

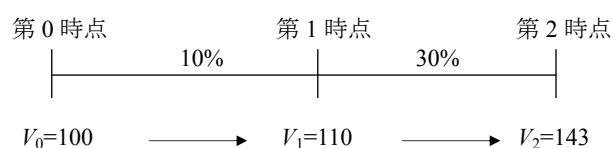
r : 時間加重収益率

上式を展開すると

$$\frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{V_2}{V_1 + C_1} \cdot \frac{V_3}{V_2 + C_2} \cdots \frac{V_n}{V_{n-1} + C_{n-1}} = (1+r)^n$$

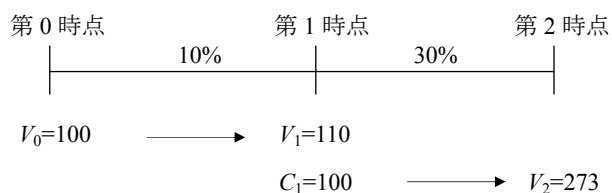
となり, 期中に $C_1, C_2 \dots C_{n-1}$ といった資金の流入・流出が発生するたびに投資価値を計算していることがわかる。

(例 1) パフォーマンス測定期間 2 年, 収益率は 1 年目 10% で 2 年目 30%



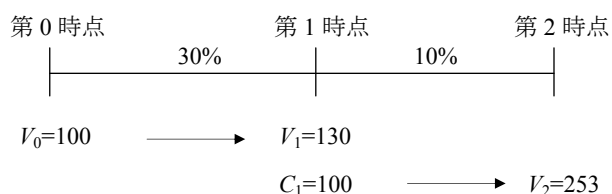
$$\frac{110}{100} \cdot \frac{143}{110} = (1+r)^2 \quad r = 0.1958 = 19.58\%$$

(例 2) 測定期間 2 年, 第 1 時点で 100 の追加投資, 収益率は 1 年目 10% で 2 年目 30%



$$\frac{110}{100} \cdot \frac{273}{110+100} = (1+r)^2 \quad r = 0.1958 = 19.58\%$$

(例 3) 測定期間 2 年, 第 1 時点で 100 の追加投資, 収益率は 1 年目 30% で 2 年目 10%



$$\frac{130}{100} \cdot \frac{253}{130+100} = (1+r)^2 \quad r = 0.1958 = 19.58\%$$

1.2 金額加重収益率

金額加重収益率は、評価対象期間における資金の流入および流出を含んだ収益率であり、**内部収益率**とも呼ばれている。金額加重方式は、資金の流入・流出が収益率に反映するため、運用者のパフォーマンスを評価するには適さないが、評価期間における資金全体の収益率を測定するには適している。

<金額加重収益率>

第 0 時点で投資が行われて第 n 時点でその投資成果が計測されるとする。このとき金額加重収益率は、以下の等式を満たす r である。

$$V_0 + \sum_{t=1}^{n-1} \frac{C_t}{(1+r)^t} = \frac{V_n}{(1+r)^n}$$

V_0 : 第 0 時点の投資金額

V_n : 第 n 時点の投資金額

C_t : 第 t 時点の資金の流入・流出

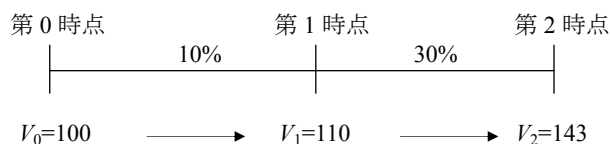
r : 金額加重収益率 (内部収益率)

上式の両辺に $(1+r)^n$ を掛けると

$$V_0(1+r)^n + C_1(1+r)^{n-1} + C_2(1+r)^{n-2} + \dots + C_{n-1}(1+r) = V_n$$

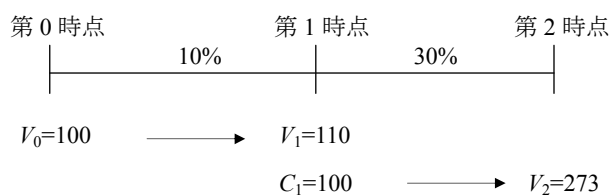
となり, 収益率が $C_1, C_2 \dots C_{n-1}$ といった金額によって重み付けなされているのがわかる。

(例 1) パフォーマンス測定期間 2 年, 収益率は 1 年目 10% で 2 年目 30%



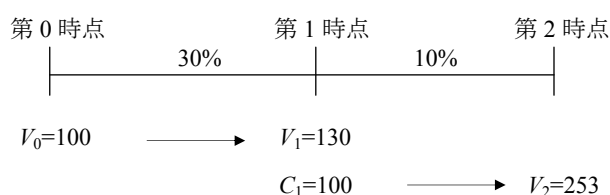
$$100 \times (1+r)^2 = 143 \quad r = 0.1958 = 19.58\%$$

(例 2) 測定期間 2 年, 第 1 時点で 100 の追加投資, 収益率は 1 年目 10% で 2 年目 30%



$$100 \times (1+r)^2 + 100 \times (1+r) = 273 \quad r = 0.2265 = 22.65\%$$

(例 3) 測定期間 2 年, 第 1 時点で 100 の追加投資, 収益率は 1 年目 30% で 2 年目 10%



$$100 \times (1+r)^2 + 100 \times (1+r) = 253 \quad r = 0.1673 = 16.73\%$$

2. リスク概念を用いたパフォーマンス測定

ポートフォリオのパフォーマンスを評価する際に, 実現した収益率だけで評価するよりも, リスクを考慮した後の収益率 (リスク調整後収益率) で評価する方が, より適切な評価が行える。ウィリアム・シャープ (William F. Sharpe), マイケル・ジェンセン (Michael C. Jensen), ジャック・トレイナー (Jack Treynor) の三人は, CAPM の考え方を用いてそれぞれ異なる

パフォーマンス測定の方法論を展開した。

2.1 リスクとして標準偏差を用いる方法

(1) シャープの尺度

リスク 1 単位当りの超過収益率を測定するのがシャープの尺度である。資本市場線は、

$$E[\tilde{R}_p] = R_f + \frac{E[\tilde{R}_M] - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_p \text{ で表され, 資本市場線の傾き } \frac{E[\tilde{R}_M] - R_f}{\sigma_M} \text{ は, 投資リスクが 1}$$

単位増加するとリターンがどれだけ増加するかを表すリスクの市場価格である。今事後的に、あるポートフォリオAの収益率が R_A 、標準偏差が σ_A であったとする。このとき、

$$\text{シャープの尺度} = \frac{R_A - R_f}{\sigma_A}$$

で表される。そして、市場ポートフォリオMの実績値と比較して、

$$\frac{R_A - R_f}{\sigma_A} > \frac{R_M - R_f}{\sigma_M} \text{ (優れたパフォーマンス)}$$

$$\frac{R_A - R_f}{\sigma_A} < \frac{R_M - R_f}{\sigma_M} \text{ (劣ったパフォーマンス)}$$

と評価するのである。

(2) ジェンセンの α'

資本市場線との収益率の差を測定するのがジェンセンの α' (ジェンセンのアルファ・プライム) である。今事後的に、あるポートフォリオAの収益率が R_A 、標準偏差が σ_A であり、市場ポートフォリオMの収益率が R_M 、標準偏差が σ_M であったとする。このとき資本市場線が成り立つとすると、ポートフォリオAの資本市場線との差は、

$$\text{ジェンセンの } \alpha' = R_A - \left(R_f + \frac{R_M - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_A \right)$$

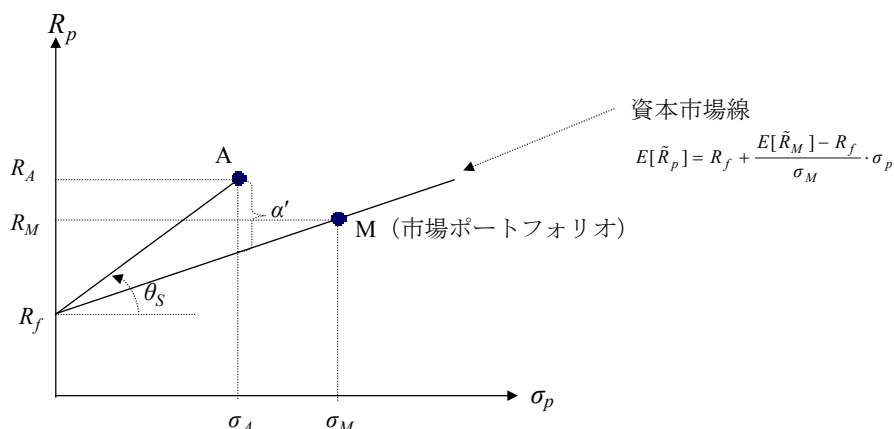
で表される。そして、

$$R_A - \left(R_f + \frac{R_M - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_A \right) > 0 \text{ (優れたパフォーマンス)}$$

$$R_A - \left(R_f + \frac{R_M - R_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_A \right) < 0 \text{ (劣ったパフォーマンス)}$$

と評価するのである。

シャープの尺度とジェンセンの α



2.2 リスクとしてベータを用いる方法

(1) トレーナーの尺度

リスク尺度として β を用いたときの、ベータ・リスク1単位当りの超過収益率を測定するのがトレーナーの尺度である。証券市場線は、 $E[\tilde{R}_p] = R_f + \frac{E[\tilde{R}_M] - R_f}{\beta_M} \cdot \beta_p$ 、ただし

$\frac{\sigma_{pM}}{\sigma_M^2} = \beta_p$ で表され、証券市場線の傾き $\frac{E[\tilde{R}_M] - R_f}{\beta_M}$ は、ベータ・リスクが1単位増加すると

リターンがどれだけ増加するかを表す**ベータ・リスクの市場価格**である。今事後的に、あるポートフォリオAの収益率が R_A 、標準偏差が σ_A であったとする。このとき、

$$\text{トレーナーの尺度} = \frac{R_A - R_f}{\beta_A}$$

で表される。そして、市場ポートフォリオMの実績値と比較して、

$$\frac{R_A - R_f}{\beta_A} > \frac{R_M - R_f}{\beta_M} = R_M - R_f \quad (\because \beta_M = 1) \quad (\text{優れたパフォーマンス})$$

$$\frac{R_A - R_f}{\beta_A} < \frac{R_M - R_f}{\beta_M} = R_M - R_f \quad (\because \beta_M = 1) \quad (\text{劣ったパフォーマンス})$$

と評価するのである。

(2) ジェンセンの α

証券市場線との収益率の差を測定するのがジェンセンの α (ジェンセンのアルファ)である。今事後的に、あるポートフォリオAの収益率が R_A 、ベータ・リスクが β_A であり、市場ポートフォリオMの収益率が R_M 、ベータ・リスクが β_M であったとする。このとき資本市場線

が成り立つとすると、ポートフォリオAの証券市場線との差は、

$$\text{ジェンセンの } \alpha = R_A - \left(R_f + \frac{R_M - R_f}{\beta_M} \cdot \beta_A \right) = R_A - (R_f + (R_M - R_f) \cdot \beta_A) (\because \beta_M = 1)$$

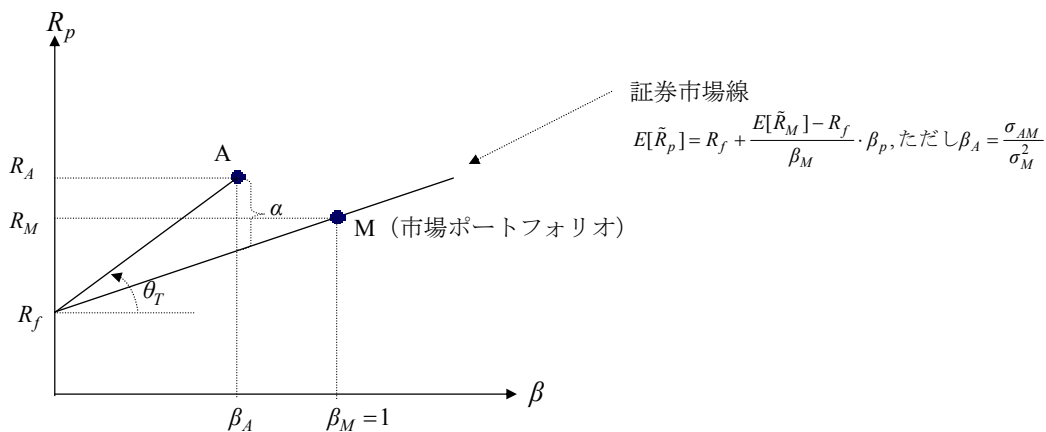
で表される。そして、

$$R_A - (R_f + (R_M - R_f) \cdot \beta_A) > 0 \quad (\text{優れたパフォーマンス})$$

$$R_A - (R_f + (R_M - R_f) \cdot \beta_A) < 0 \quad (\text{劣ったパフォーマンス})$$

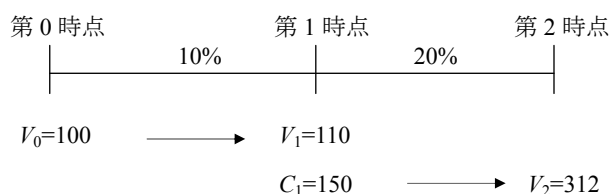
と評価するのである。

トレイナーの尺度とジェンセンの α



[問題 16-1]

あるファンド・マネジャーが元本 100 億円の運用を行った。その結果、運用資産は 1 年後に 110 億円となった。そこでさらに 150 億円の追加投資を行って運用した結果、その 1 年後には運用資産は 312 億円となった。このとき以下の問いに答えなさい。



(1) パフォーマンス測定期間二年間の時間加重収益率をもとめなさい。

_____ %

(2) パフォーマンス測定期間二年間の金額加重収益率をもとめなさい。

_____ %

(3) 基金運用のパフォーマンス評価に関する以下の記述のうち正しいものを二つ選びなさい。

- A 基金の運用者の評価は、資金の流出入の効果まで含めて総合的に行うべきである。
- B 基金運用者の評価には、資金の流出入の影響を受けない時間加重収益率を用いるのが好ましい。
- C 基金の管理者が、資金の流出入まで含めた基金全体の投資効率を判断するには金額加重収益率が適当である。
- D 基金管理者が当初設定した投資目標によって、運用者の評価を時間加重収益率で行うか、金額加重収益率で行うかが決まってくる。

[問題 16-2]

ポートフォリオ A と市場ポートフォリオのそれぞれの平均年間収益率, 標準偏差, ベータは以下のものである。また安全資産の平均年間収益率は 5% である。このとき以下の問いに答えなさい。

	期待収益率	標準偏差	ベータ
ポートフォリオ A	25%	12%	0.8
市場ポートフォリオ	15%	8%	1.0
安全資産	5%	0%	0

(1) ポートフォリオ A のシャープの尺度をもとめなさい。

(2) ポートフォリオ A のジェンセンの α' をもとめなさい。

_____ %

(3) ポートフォリオ A のトレイナーの尺度をもとめなさい。

(4) ポートフォリオ A のジェンセンの α をもとめなさい。

_____ %