

Vuong(1989) 検定の理論と応用

—— 会計利益とキャッシュフローの情報内容 ——

太田 浩司¹⁾・松尾 精彦²⁾

要 約

本研究は，近年会計学研究において頻繁に使用されている Vuong (1989) 検定の理論とその応用について論じている。Vuong 検定とは，競合するモデルが存在する際のモデル間の優劣を統計的に検定するモデル選択検定である。従来の検定と異なるのは，その枠組みの一般性であり，2つの競合するモデルが non-nested, overlapping, nested のどの場合でも適用できるし，また，真のデータ生成過程が競合するモデルに含まれていなくても良い。どちらのモデルがより真のデータ生成過程に近いかを検定するという点が，Vuong 検定の最大の特徴である。

Vuong 検定の応用には，2000年3月決算期から開示されている連結キャッシュフローと発生主義に基づく会計利益の情報内容の比較を用いている。情報内容には相対情報内容と増分情報内容とがあり，これらの検定には Vuong 検定の枠組みが上手く整合しており，J 検定などの従来の non-nested モデル検定を情報内容の検証に用いることは理論的に不適切である。実証結果は，相対情報内容では，会計利益情報がキャッシュフロー情報より優っているが，キャッシュ

1) 〒176-8534 東京都練馬区豊玉上 1-26-1 武蔵大学経済学部

太田浩司 koji_ota@nifty.ne.jp

2) 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35 関西大学経済学部

松尾精彦 amatsuo@ipcku.kansai-u.ac.jp

フロー情報にも、若干ではあるが会計利益情報以外の増分情報内容が存在した。

Vuong 検定は、その枠組みの一般性および明瞭性の点で従来の検定よりも優れているが、その統計量の計算が複雑であるがゆえに、その有用性が十分に発揮されていない。会計情報には多くの代替的情報があり、研究上、モデル選択検定が必要となることが多い。今後、検定の改良や簡便法が考案されれば、Vuong 検定は、会計学研究において非常に有用なツールとなるであろう。

1. はじめに

Vuong (1989) 検定は、競合する 2 つのモデルが存在する際のモデル選択の統計的検定方法として、経済学や心理学等でも幅広く用いられているが、とりわけ会計学における研究で頻繁に使用されている。その理由としては、会計情報には、当期純利益と包括利益 (Dhaliwal, Subramanyam, and Trezevant 1999, 若林 2002), GAAP 利益と Street 利益 (Bradshaw and Sloan 2002, Brown and Sivakumar 2003), U.S. GAAP と Foreign GAAP (Chan and Seow 1996, Harris and Muller 1999, Yaekura 2002), 退職給付会計における ABO と PBO (中野 2000, Nakano 2003), アナリスト予想と経営者予想 (太田 2002, 太田 2003) というように、代替的情報が非常に数多く存在するということが挙げられる。そして、その競合する情報のどちらの情報の有用性がより高いかということを検証することは、基準設定に関するインプリケーションも含めて、会計研究者にとって大きな関心事であるからである。本稿の目的は、Vuong 検定の理論的背景を説明し、そしてその応用例として、我が国で 2000 年 3 月決算期から開示されるようになった連結キャッシュフロー情報と従来の発生主義に基づく会計利益情報の有用性を比較することである。

競合するモデルが存在する際、どちらのモデルが良いかを判断するには、 R^2 や AIC といったモデル選択基準による方法と、Cox 検定や J 検定といった non-nested 仮説検定による方法とがある。そしてそれぞれに、モデル選択基準では

統計的有意検定が行えない、non-nested 仮説検定は有意検定を行えるが、その基本的枠組みが不明瞭であるという欠点が存在した。Vuong 検定は、モデル選択基準に KLIC (Kullback-Leibler 情報量基準) を用いて、それを LR 検定 (尤度比検定) に応用することによって、従来のモデル選択基準では不可能であった統計的有意検定を行うことを可能にした、いわばモデル選択検定といえるものである。また Vuong 検定が従来の検定と異なる点は、その枠組みの一般性である。2つの競合するモデルが non-nested, overlapping, nested のどの場合でも適用可能であり、また、真のデータ生成過程が競合するモデルに含まれていなくても良い。Vuong 検定の基本的な発想は、KLIC で測定された距離を用いてどちらのモデルがより真のデータ生成過程に近いかを検定するというものであり、この点が従来の検定と大きく異なるところである。

次に、Vuong 検定の応用として、2000 年 3 月決算期から開示されている連結キャッシュフローと従来の発生主義に基づく会計利益との情報内容の比較を行っている。情報内容には、相対情報内容と増分情報内容という二種類の情報内容がある。相対情報内容は、2つの会計情報の情報内容の大きさを比較するものであり、増分情報内容は、片方の会計情報を所与としたときに、もう片方に追加的な情報内容があるかどうか評価するものである (Biddle, Seow, and Siegel 1995, 須田 2001)。そして相対情報内容の検証にはしばしば J 検定が用いられているが (Chan and Seow 1996, 中野 2000, 太田 2002, 若林 2002, Nakano 2003), J 検定ではその検定の性格上、相対情報内容と増分情報内容を明確に区別し得ないので、相対情報内容の検証に用いるのは不適切である。一方、Vuong 検定の枠組みは、相対情報内容、増分情報内容の両方の検証に上手く整合している。

実証結果は、相対情報内容では、会計利益情報がキャッシュフロー情報より優っているが、キャッシュフロー情報にも、会計利益情報以外の増分情報内容が若干ではあるが存在した。つまり、キャッシュフローは会計利益に取って代わるものではないが、幾らかの追加的な情報を市場に提供しているようである。

Vuong 検定は、その枠組みの一般性および明瞭性の点で、従来の検定よりも優れているが、その検定統計量の計算が非常に複雑であるので、現在の段階では、その有用性が完全に発揮されていない。会計情報には代替的信息が多く、研究上、モデル選択検定が必要となることが多い。今後、検定の改良や簡便法が考案されれば、Vuong 検定は、会計学研究において非常に有用なツールとなるであろう。

なお本稿の構成は以下のようなものである。第2節では、Vuong 検定の理論的説明を行う。第3節では、Vuong 検定の応用例として、会計利益とキャッシュフロー情報の情報内容を比較する。そして最後に第4節で、本稿の総括を述べる。

2. Vuong (1989) 検定の理論

2. 1 基本的フレームワーク

X_t は m 次元確率変数列で、独立同分布に従うものとする。 $X_t = (Y_t, Z_t)$ と分割し、 Y_t は l 次元内生変数 (endogenous variable)、 Z_t は k 次元外生変数 (exogenous variable) とする。そして X_t の真の密度関数を $h(x)$ 、 Z_t の真の周辺密度関数を $h(z)$ 、 Z_t が与えられたときの Y_t の真の条件付密度関数を $h(y|z)$ で表すことにする。また、 $X_t = (Y_t, Z_t)$ の真の同時確率分布についての期待値を $E^0[\cdot]$ で表すことにする¹⁾。

このとき、2つの競合するモデル、 $F_\theta \equiv \{f(y|z; \theta); \theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^p\}$ 、 $G_\gamma \equiv \{g(y|z; \gamma); \gamma \in \Gamma \subset \mathbb{R}^q\}$ についての推測を行う。ここで、 Θ 、 Γ は文脈に応じて規定される。例えば、 F_θ 、 G_γ を2つの正規線型回帰モデルとするときには、 z は利用可能な全ての説明変数であり、 Θ 、 Γ は各モデルに採用される説明変数に応じた母数空間として解釈される。

次に、 θ_* 、 γ_* をモデル F_θ 、 G_γ の pseudo-true value²⁾ として、

1) $E^0[\cdot] = \iint (\cdot) h(y, z) dy dz = \int h(z) \int (\cdot) h(y|z) dy dz = \int (\cdot) h(y) dy$ である。

2) pseudo-true value の詳細については、Sawa (1978) や White (1982) を参照されたい。

$$\theta_* \equiv \arg \max_{\theta \in \Theta} E^0 [\ln f(y | z; \theta)],$$

$$\gamma_* \equiv \arg \max_{\gamma \in \Gamma} E^0 [\ln g(y | z; \gamma)]$$

と定義する。そして $\hat{\theta}_n$, $\hat{\gamma}_n$ をモデル F_θ , G_γ の最尤推定値とし、各モデルの最大尤度を、

$$L_f^n(\hat{\theta}_n) \equiv \sup_{\theta \in \Theta} \sum_{t=1}^n \ln f(Y_t | Z_t; \theta),$$

$$L_g^n(\hat{\gamma}_n) \equiv \sup_{\gamma \in \Gamma} \sum_{t=1}^n \ln g(Y_t | Z_t; \gamma)$$

で表す。また、

$$A_f(\theta) \equiv E^0 \left[\frac{\partial^2 \ln f(Y_t | Z_t; \theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \right],$$

$$A_g(\gamma) \equiv E^0 \left[\frac{\partial^2 \ln g(Y_t | Z_t; \gamma)}{\partial \gamma \partial \gamma'} \right],$$

$$B_f(\theta) \equiv E^0 \left[\frac{\partial \ln f(Y_t | Z_t; \theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \ln f(Y_t | Z_t; \theta)}{\partial \theta'} \right],$$

$$B_g(\gamma) \equiv E^0 \left[\frac{\partial \ln g(Y_t | Z_t; \gamma)}{\partial \gamma} \cdot \frac{\partial \ln g(Y_t | Z_t; \gamma)}{\partial \gamma'} \right],$$

$$B_{fg}(\theta, \gamma) \equiv E^0 \left[\frac{\partial \ln f(Y_t | Z_t; \theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \ln g(Y_t | Z_t; \gamma)}{\partial \gamma'} \right],$$

と定義する。このとき、 $\hat{\theta}_n$ は θ_* の一致推定量で、 $\sqrt{n}(\hat{\theta}_n - \theta_*)$ は漸近的に正規分布 $N[0, A_f^{-1}(\theta_*)B_f(\theta_*)A_f^{-1}(\theta_*)]$ に従う。同様に、 $\sqrt{n}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)$ の漸近分布は、 $N[0, A_g^{-1}(\gamma_*)B_g(\gamma_*)A_g^{-1}(\gamma_*)]$ である。実際、 $\hat{\theta}_n$ と $\hat{\gamma}_n$ の同時分布もまた漸近正規分布に従い、

$$\sqrt{n} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_f^{-1}(\theta_*)B_f(\theta_*)A_f^{-1}(\theta_*) & A_f^{-1}(\theta_*)B_{fg}(\theta_*, \gamma_*)A_g^{-1}(\gamma_*) \\ A_g^{-1}(\gamma_*)B_{gf}(\gamma_*, \theta_*)A_f^{-1}(\theta_*) & A_g^{-1}(\gamma_*)B_g(\gamma_*)A_g^{-1}(\gamma_*) \end{pmatrix} \right] \quad (1)$$

となる。

2.2 Vuong 検定の概要

Vuong 検定は、真の分布 $h(y|z)$ と、競合するモデル F_θ , G_γ との距離を Kullback-Leibler 情報量基準 (KLIC) を用いて測定し、その距離の差異を統計的に検定しようとするものである。KLIC では、真の分布 $h(y|z)$ とモデル F_θ の距離は、

$$\begin{aligned} KLIC(h, f) &\equiv \int \ln \frac{h(y|z)}{f(y|z; \theta_*)} h(x) dx \\ &= E^0 [\ln h(y|z)] - E^0 [\ln f(y|z; \theta_*)] \end{aligned}$$

で表される。同様に、真の分布 $h(y|z)$ とモデル G_γ の距離は、

$$\begin{aligned} KLIC(h, g) &\equiv \int \ln \frac{h(y|z)}{g(y|z; \gamma_*)} h(x) dx \\ &= E^0 [\ln h(y|z)] - E^0 [\ln g(y|z; \gamma_*)] \end{aligned}$$

で表される。両方とも第1項は共通であるので、KLIC の観点からは第2項が大きいほど真の分布との距離が小さいといえる。そこで、次のような仮説を設定する。帰無仮説

$$H_0: E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] = 0$$

に対し、対立仮説

$$\begin{aligned} H_f: E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] &> 0, \\ H_g: E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] &< 0 \end{aligned}$$

を考える。帰無仮説 H_0 は F_θ と G_γ は同等であるということの意味しており、対立仮説 H_f , H_g はそれぞれ、 F_θ は G_γ よりも優れている、 F_θ は G_γ よりも劣るということの意味している。

検定統計量には、尤度比統計量

$$LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = L_n^f(\hat{\theta}_n) - L_n^g(\hat{\gamma}_n) \equiv \sum_{t=1}^n \ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)}$$

を用いる。このとき、尤度関数の連続性についての適当な条件下で、大数の法則より、

$$\frac{1}{n} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) \xrightarrow{a.s.} E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right]$$

となる。また、 $\ln[f(Y_t | Z_t; \theta_*) / g(Y_t | Z_t; \gamma_*)]$ の分散を、

$$\omega_*^2 \equiv \text{var}^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] = E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right]^2 - \left[E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \right]^2$$

で表すことにする。

定義 1 (重み付き χ^2 和分布) : $Z = (Z_1, \dots, Z_m)'$ を m 個の独立な標準正規変数からなるベクトルとし、 $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)'$ を m 個の実数からなるベクトルとする。このとき確率変数

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i Z_i^2$$

の従う分布を、パラメータ (m, λ) を持つ重み付き χ^2 和分布と呼び、その累積分布関数 (c.d.f) を、 $M_m(\cdot; \lambda)$ で表す。

定理 1 (LR 統計量の漸近分布) : 適当な正則条件の下で、

(i) $f(\cdot; \theta_*) = g(\cdot; \gamma_*)$ ならば、

$$2LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) \xrightarrow{D} M_{p+q}(\cdot; \lambda_*)$$

が成り立つ。ここで λ_* は、

$$W = \begin{pmatrix} -B_f(\theta_*)A_f^{-1}(\theta_*) & -B_{fg}(\theta_*, \gamma_*)A_g^{-1}(\gamma_*) \\ B_{gf}(\gamma_*, \theta_*)A_f^{-1}(\theta_*) & B_g(\gamma_*)A_g^{-1}(\gamma_*) \end{pmatrix}$$

の $p + q$ 個の固有値を要素とするベクトルである³⁾。

3) 数学的証明は、Appendix 1 を参照されたい。

(ii) $f(\cdot|\cdot;\theta_*) \neq g(\cdot|\cdot;\gamma_*)$ ならば,

$$n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) - n^{1/2} E^0 \left[\ln \frac{f(Y_i | Z_i; \theta_*)}{g(Y_i | Z_i; \gamma_*)} \right] \xrightarrow{D} N(0, \omega_*^2)$$

が成り立つ。

2.3 Non-nested モデル, Overlapping モデル, Nested モデル

Vuong 検定では、競合するモデル F_θ と G_γ を non-nested, overlapping, nested の3つの場合に分類している。そしてそれぞれの場合に応じて異なる検定手続きを示している。そこで最初に、non-nested, overlapping, nested モデルの定義を行う。

- (i) non-nested モデル : $F_\theta \cap G_\gamma = \emptyset$
- (ii) overlapping モデル : $F_\theta \cap G_\gamma \neq \emptyset$ かつ $F_\theta \not\subset G_\gamma$ and $G_\gamma \not\subset F_\theta$
- (iii) nested モデル : $G_\gamma \subset F_\theta$

ここで、後の第3節で用いる正規線型モデルを例に用いると、

- (i) non-nested モデル

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i, \quad (2a)$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 Z_i + \varepsilon_i, \quad (2b)$$

(2a) と (2b) という、共通の説明変数を持たないモデル間の検定となる。

- (ii) overlapping モデル

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 W_i + \alpha_2 X_i + \varepsilon_i, \quad (3a)$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 W_i + \beta_2 Z_i + \varepsilon_i, \quad (3b)$$

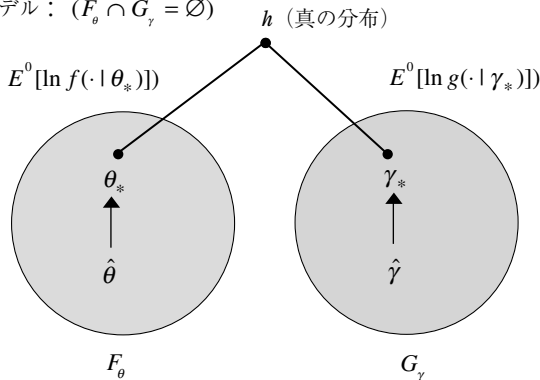
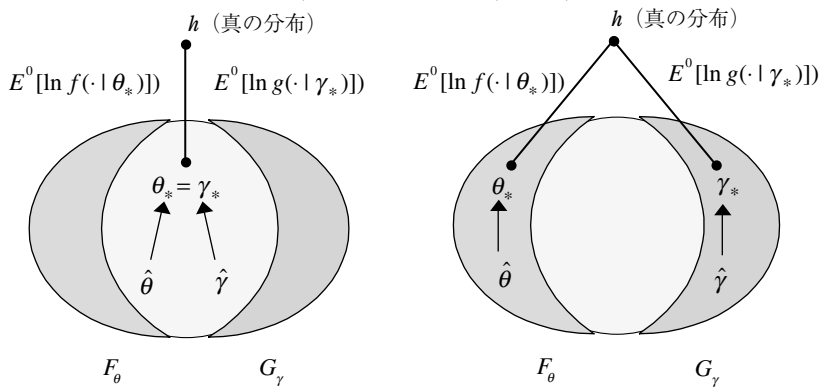
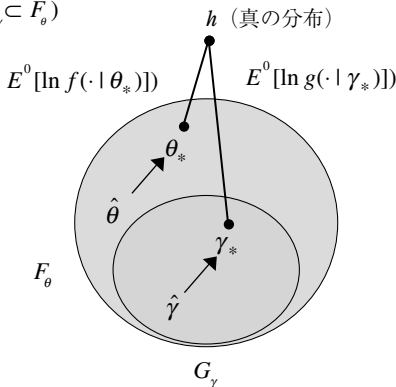
(3a) と (3b) のような、共通の説明変数を持つが、それぞれ固有の説明変数も持つモデル間の検定となる。

- (iii) nested モデル

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i, \quad (4a)$$

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Z_i + \varepsilon_i, \quad (4b)$$

図1 Vuong(1989)検定の基本的な考え方

(i) Non-nestedモデル： $(F_\theta \cap G_\gamma = \emptyset)$ (ii) Overlappingモデル： $(F_\theta \cap G_\gamma \neq \emptyset$ かつ $F_\theta \not\subset G_\gamma$ and $G_\gamma \not\subset F_\theta)$ (iii) Nestedモデル： $(G_\gamma \subset F_\theta)$ (注) θ_* と γ_* は pseudo-true 値, $\hat{\theta}$ と $\hat{\gamma}$ は最尤推定値を表している。

(4a)と(4b)のように、一方のモデルの全ての説明変数は、他方のモデルの説明変数でもあるという場合のモデル間の検定となる。

図1は、Vuong 検定の基本的な考え方をグラフ表現したものである。Vuong 検定は、Kullback-Leibler 情報量基準 (KLIC) を用いて測定された、真の分布とモデルとの距離、すなわち $E^0[\ln f(\cdot|\theta_*)]$ と $E^0[\ln g(\cdot|\gamma_*)]$ を比較するものである。ここで重要なのは、定理1で示されているように、Vuong 検定の検定統計量が、 $f(\cdot|\theta_*) = g(\cdot|\gamma_*)$ と $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ の場合で異なることである。帰無仮説 H_0 は、真の分布と、競合するモデル F_θ と G_γ の距離は等しい、すなわち $E^0[\ln f(\cdot|\theta_*)] = E^0[\ln g(\cdot|\gamma_*)]$ を意味している。このとき (i) non-nested モデルの場合は、帰無仮説 H_0 の下で $f(\cdot|\theta_*) = g(\cdot|\gamma_*)$ はありえないので、 $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ の検定統計量を用いればよい。一方、(ii) overlapping モデルの場合は、帰無仮説 H_0 の下で、 $f(\cdot|\theta_*) = g(\cdot|\gamma_*)$ と $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ の両方の場合が存在するので、最初に $f(\cdot|\theta_*) = g(\cdot|\gamma_*)$ を検定し、それが棄却された後に $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ の検定統計量を用いるという手続きが必要である。最後に (iii) nested モデルの場合は、帰無仮説 H_0 の下で $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ はありえないので、 $f(\cdot|\theta_*) = g(\cdot|\gamma_*)$ の検定統計量を用いればよい。

2.3.1 Non-nested モデル

Non-nested モデルの場合は、 $f(\cdot|\theta_*) \neq g(\cdot|\gamma_*)$ であることが前提であるので、定理1(ii)を用いることができる。また ω_*^2 の推定量としては、

$$\hat{\omega}_n^2 \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_i | Z_i; \hat{\theta}_n)}{g(Y_i | Z_i; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{f(Y_i | Z_i; \hat{\theta}_n)}{g(Y_i | Z_i; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 \quad (5)$$

を用いることにする。

定理2 (Non-nested モデルの LR 検定) : 適当な正則条件の下で、 F_θ と G_γ が non-nested モデルであるならば、

$$(i) \quad \text{under } H_0: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{D} N(0,1),$$

$$(ii) \text{ under } H_f: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{a.s.} +\infty,$$

$$(iii) \text{ under } H_g: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{a.s.} -\infty$$

が成り立つ。

2.3.2 Overlapping モデル

Overlapping モデルの場合は、最初に $f(\cdot|\cdot; \theta_*) = g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ かどうかを検定する必要がある。 $f(\cdot|\cdot; \theta_*) = g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ は、 $\omega_*^2 = 0$ と同値であるので、帰無仮説： $H_0^o: \omega_*^2 = 0$ ，対立仮説： $H_A^o: \omega_*^2 \neq 0$ を検定することにする。

定理 3(Overlapping モデルの分散検定): 定理 1 (i) より、適当な正則条件の下で、

$$(i) \text{ under: } H_0^o: n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{D} M_{p+q}(\cdot; \hat{\lambda}_n^2)$$

$$(i) \text{ under: } H_A^o: n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{a.s.} +\infty$$

が成り立つ。ただし、 $\hat{\lambda}_n^2$ は W の $p+q$ 個の固有値の二乗を要素とするベクトルである⁴⁾。帰無仮説が適当な有意水準で棄却されないときは、与えられたデータからは、 F_θ と G_γ は区別不可能であると結論付けることになる。一方、帰無仮説 H_0^o が棄却されたときには、 $f(\cdot|\cdot; \theta_*) \neq g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ であるとして、定理 2 (Non-nested モデルの LR 検定) を用いて、帰無仮説 H_0 に対して、対立仮説 H_f または H_g を検定することになる。

2.3.3 Nested モデル

Nested モデルの場合は、 $E^0[\ln g(\cdot|\cdot; \gamma_*)] \leq E^0[\ln f(\cdot|\cdot; \theta_*)]$ であり、帰無仮説 H_0 の下で、 $f(\cdot|\cdot; \theta_*) = g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ が常に成立する。従って、 $f(\cdot|\cdot; \theta_*) = g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ を検定すればよいのだが、overlapping モデルの場合と同様に、 $f(\cdot|\cdot; \theta_*) = g(\cdot|\cdot; \gamma_*)$ は $\omega_*^2 = 0$ と同値であるので、帰無仮説 $H_0^o: \omega_*^2 = 0$ ，対立仮説 $H_A^o: \omega_*^2 \neq 0$ を検定することにする。

4) 数学的証明は、Appendix 2 を参照されたい。

定理 4 (Nested モデルの分散検定) : 定理 1 (i) より, 適当な正則条件の下で,

$$(i) \quad \text{under : } H_0^\theta : n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{D} M_p(\cdot; \hat{\lambda}_n^2),$$

$$(ii) \quad \text{under : } H_A^\theta : n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{a.s.} +\infty$$

が成り立つ。ただし, $\hat{\lambda}_n^2 = \underline{W} = (-B_f A_f^{-1} + B_f R' A_g^{-1} R)$ の p 個の固有値の二乗を要素とするベクトルであり, R は $\partial \ln g(y|z; \gamma_*) / \partial \gamma = R \partial \ln f(y|z; \theta_*) / \partial \theta$ を満たす $q \times p$ の制約行列である⁵⁾。この場合, 帰無仮説 H_0^θ が棄却されるということは, H_f が採択される, つまり F_θ は G_γ よりも優れているということを意味する。

3. Vuong (1989) 検定の応用

3.1 増分情報内容と相対情報内容

ある会計情報の有用性は, その情報が情報内容 (information content) を有するかどうかによって検証される。そして情報内容には, 相対情報内容 (relative information content) と増分情報内容 (incremental information content) が存在する。今仮に, 会計情報 X と会計情報 Z があるとする。このとき, 相対情報内容は, X と Z のどちらの会計情報の情報内容がより大きいかを検証するものである。このような評価は, 複数ある会計情報の中から一つだけを選択したい場合や, あるいは, 複数の会計情報をランク付けしたい場合に有用となる。例えば, 情報の作成や開示には費用がかかるので, もし相対情報内容による評価が可能ならば, 特定の情報開示に重点を置いた費用効果的なディスクロージャー制度の構築が可能となるであろう。また, 投資家が情報を収集・分析する際にもやはり費用がかかるので, 相対情報内容による評価は, 投資家の費用効果的な意思決定を可能にするであろう (Biddle et al. 1995, 須田 2001)。

一方, 増分情報内容は, X を所与としたときに Z に, あるいは Z を所与とし

5) 数学的証明は, Appendix 3 を参照されたい。

たときに X に、追加的な情報内容があるかどうかを評価するものである。このような評価は、例えば、財務諸表の注記情報には財務諸表本体の情報を所与としても追加的な情報内容があるのか、または、新たな会計基準の作成等によって新しい会計情報が開示されたときに、その新しい情報には今までの情報に加えて追加的な情報内容があるのか、といったことを検証するのに役立つ。相対情報内容と増分情報内容の関係を式で表すと以下のようになる。

《相対情報内容》

情報内容 $X \geq$ 情報内容 Z or

情報内容 $Z \geq$ 情報内容 X

《増分情報内容》

情報内容 $(X, Z) \geq$ 情報内容 X or/and

情報内容 $(X, Z) \geq$ 情報内容 Z

そして、これらの情報内容を検証するために、以下のような回帰モデルがよく利用される。

《相対情報内容》

$$\text{Return}_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_t + \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\text{Return}_t = \beta_0 + \beta_1 Z_t + \varepsilon_t \quad (7)$$

《増分情報内容》

$$\text{Return}_t = \gamma_0 + \gamma_1 X_t + \gamma_2 Z_t + \varepsilon_t \quad (8)$$

相対情報内容を調べるには、(6)と(7)の R^2 や AIC といった、何らかのモデル選択基準を用いて比較すれば良いのだが(松尾 2003)、もっと積極的にモデル間の優劣を決定したい場合がしばしば起こる。そこでモデル間の優劣の差を統計的に検証するために、Vuong(1989)検定や Davidson and MacKinnon (1981, 1993) の J 検定などが用いられるのである。

一方、増分情報内容を調べるには、(8)の X と Z の係数である γ_1 と γ_2 の有意性を検証すればよい。 γ_1 が有意であれば、X は Z を所与としても追加的な情報内容を有するといえ、 γ_2 が有意であれば、Z は X を所与としても追加的な情報内容を有するといえる。そして γ_1 と γ_2 が共に有意であれば、X と Z は互いを所与

としても、共に追加的な情報内容があるといえる。

3.2 J 検定の問題点

J 検定は、non-nested モデルの検定として、その使用の簡便性ゆえに、相対情報内容の検定にしばしば用いられている (Chan and Seow 1996, 中野 2000, 太田 2002, 若林 2002, Nakano 2003)。しかしながら J 検定は、検定の理論上、増分情報内容と相対情報内容を明確に区分しえないので、J 検定を相対情報内容の検証に用いることは不適切であると思われる。そこで以下では、J 検定の概略を示す。

J 検定による non-nested モデル検定は、comprehensive approach と呼ばれるもので、競合するモデル $F_\theta = \{f(y|x;\theta); \theta \in \Theta\}$ と $G_\gamma = \{g(y|z;\gamma); \gamma \in \Gamma\}$ を特殊例として含む comprehensive モデル C_λ を構成することから始まる⁶⁾。この際、 $\lambda = 0$ が F に対応し、 $\lambda = 1$ が G に対応するようにしておけば、仮説検定 H_f , H_g は、それぞれ $H_f: \lambda = 0$, $H_g: \lambda = 1$ と書き換えられる。Comprehensive モデルの構成法は無限にあるが、その中の一つに、

$$C_\lambda = \{c(y|x, z; \theta, \gamma); \theta \in \Theta, \gamma \in \Gamma\} = \frac{f(y|x; \theta)^{1-\lambda} g(y|z; \lambda)^\lambda}{\int f(y|x; \theta)^{1-\lambda} g(y|z; \lambda)^\lambda dy}$$

がある。今、正規線型回帰モデル F と G を以下のように定め、non-nested モデルによる仮説検定を行うとする。

$$H_f: y = X\alpha + u_f, \quad u_f \sim N(0, \sigma^2 I), \quad (9)$$

$$H_g: y = Z\beta + u_g, \quad u_g \sim N(0, \omega^2 I) \quad (10)$$

このとき comprehensive モデル C_λ は、

6) Comprehensive approach 等の non-nested 仮説検定の考え方については、Pesaran and Weeks (2001) を参照されたい。

$$H_c: y = \left\{ \frac{(1-\lambda)v^2}{\sigma^2} \right\} X\alpha + \left\{ \frac{\lambda v^2}{\omega^2} \right\} Z\beta + u_\lambda,$$

$$u_\lambda \sim N(0, v^2 I), \text{ where } v^{-2} = \frac{1-\lambda}{\sigma^2} + \frac{\lambda}{\omega^2},$$

と書き換えられる。ここで $\kappa = \lambda v^2 / \omega^2$ とおくと上式は,

$$H_c: y = (1-\kappa)X\alpha + \kappa Z\beta + u_\lambda, \quad u_\lambda \sim N(0, v^2 I),$$

$$\text{where } \kappa = \lambda v^2 / \omega^2 \text{ and } v^{-2} = \frac{1-\lambda}{\sigma^2} + \frac{\lambda}{\omega^2}, \quad (11)$$

に変形される。また v^2, σ^2 は共に正であるので, $H_f: \lambda = 0$ は, $H_f: \kappa = 0$ と同値である。しかしながらこのままでは, κ と β が分離されないので, J 検定では, (11) の β を (10) の推定値 $\hat{\beta}$ と固定して κ についての推定を行うのである⁷⁾。つまり,

$$H_c: y = X\alpha + \kappa Z\hat{\beta} + u_\lambda$$

で $\kappa = 0$ against $\kappa \neq 0$ を検定するのである。但しここで注意が必要なのは, comprehensive approach を用いる J 検定では, $\kappa = 0$ against $\kappa \neq 0$ が, 本来検定したかった H_f against H_g と同じではないということである。結局 J 検定では, H_f against H_c という人工的な nested モデルを検証することになるのである。同様に, H_g against H_f の検定では, (9) の推定値を用いて,

$$H_c: y = \kappa X\hat{\alpha} + Z\hat{\beta} + u_\lambda$$

で $\kappa = 0$ against $\kappa \neq 0$ を検定するのであるが, ここでも実際には, H_g against H_c を検証していることになる。

次に, J 検定と先程の相対情報内容および増分情報内容との関係について述べる。(6)と(7)による相対情報内容の検証について, X と Z がそれぞれ一つの変数 x, z であるとする, J 検定では, H_x against H_z は, H_x against comprehen-

7) すなわち J 検定では, β を $(Z'Z)^{-1}Z'y$ と固定して検定している。一方, Chan and Seow (1996) で用いられている J_A 検定は, β を $(Z'Z)^{-1}Z'X(X'X)^{-1}X'y$ と固定して検定するものである。また Nakano (2003) では, J_A 検定を使用しているとしているが, 正確には J 検定が用いられている。

sive モデル H_c ,

$$H_c: \text{Return}_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \gamma(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 z_t) + \varepsilon_t$$

を検定していることになる。このとき H_c は,

$$\begin{aligned} H_c: \text{Return}_t &= (\alpha_0 + \gamma \hat{\beta}_0) + \alpha_1 x_t + \gamma \hat{\beta}_1 z_t + \varepsilon_t \\ &= \delta_0 + \delta_1 x_t + \delta_2 z_t + \varepsilon_t \end{aligned}$$

に変形されるので、結局 H_c は z_t の係数 $\delta_2 = 0$ を検定するのと同じになる。同様に、 H_z against H_x は、J 検定では、 x_t の係数 $\delta_1 = 0$ を検定することになる。つまり、相対情報内容の検証に J 検定を用いることは、増分情報内容を検定することと全く等しくなってしまうのである⁸⁾。この結果は、X と Z が複数の変数を持つ場合でも、両者の異なる変数が一つだけの場合には成り立つ。異なる変数が二つ以上の場合には、全く等しくはならないものの、J 検定の基本的な発想が、人工的に nested されたモデルを作ってそれを検定に用いようというものである。増分情報内容と相対情報内容を明確に区別したいときには、J 検定を相対情報内容の検証に用いることは好ましくないと考えられる。

8) J 検定を用いて会計情報 x と z の相対情報内容を検証する手続きは次のようである。

$$H_x: y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \varepsilon_t, \quad (\text{F1})$$

$$H_z: y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \varepsilon_t. \quad (\text{F2})$$

H_x against H_z を検証するには、(F2) の fitted values である $\hat{y}_t^z$ を求め (F1) に挿入する。

$$H_{c1}: y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + \alpha_2 \hat{y}_t^z + \varepsilon_t. \quad (\text{F3})$$

そして α_2 の推定値 $\hat{\alpha}_2$ の有意性を検証する。反対に、 H_z against H_x を検証するには、(F1) の fitted values である $\hat{y}_t^x$ を求め (F2) に挿入する。

$$H_{c2}: y_t = \beta_0 + \beta_1 z_t + \beta_2 \hat{y}_t^x + \varepsilon_t. \quad (\text{F4})$$

そして β_2 の推定値 $\hat{\beta}_2$ の有意性を検証するという手続きが必要である。また増分情報内容の検定には、

$$H_{c3}: y_t = \gamma_0 + \gamma_1 x_t + \gamma_2 z_t + \varepsilon_t \quad (\text{F5})$$

を用いて、 x の増分情報内容には γ_1 の推定値 $\hat{\gamma}_1$ の有意性を、 z の増分情報内容には γ_2 の推定値 $\hat{\gamma}_2$ の有意性をそれぞれ検証する。

このとき、(F3)、(F4)、(F5) には次の関係が成り立つ：(i) $\hat{\alpha}_1$ と $\hat{\gamma}_1$ の係数値および t 値は等しい、(ii) $\hat{\alpha}_2$ と $\hat{\gamma}_2$ の t 値は等しい、(iii) $\hat{\beta}_1$ と $\hat{\gamma}_2$ の係数値および t 値は等しい、(iv) $\hat{\beta}_2$ と $\hat{\gamma}_1$ の t 値は等しい、(v) 全てのモデルの R^2 は等しい。このように、相対情報内容の検証に J 検定を用いることは、増分情報内容を検証することと同じになる。

3.3 会計利益とキャッシュフローの情報内容

3.3.1 背景

米国においては、キャッシュフロー計算書は、早くから貸借対照表や損益計算書と並ぶ第三の財務諸表として位置づけられており、SFAS 第 95 号『キャッシュ・フロー計算書』の設定に伴って、1988 年からその開示が義務付けられている。一方、我が国においても遅ればせながら会計ビッグバンの一環として、『連結キャッシュ・フロー計算書等の作成基準の設定に関する意見書』に従って、2000 年 3 月決算期から、連結キャッシュフロー計算書が作成開示されている。そこで本研究では、Vuong (1989) 検定の応用例として、この新たに開示されたキャッシュフロー情報と、発生主義に基づく従来の会計利益情報の情報内容を比較することにする。

キャッシュフローの増分情報内容を検証した研究は、日米ともに数多く存在している。米国企業をサンプルとした研究としては、Rayburn (1986), Bowen, Burgstahler, and Daley (1987), Wilson (1987), Ali (1994), Cheng, Liu, and Schaefer (1996), Pfeiffer, Elgers, Lo, and Rees (1998) などがあり、日本企業をサンプルとした研究としては、桜井 (1992), 黒川・高橋 (1993), 土田 (1995), 百合草 (1998), Charitou, Clubb, and Andreou (2000) などがある⁹⁾。一方、キャッシュフローと会計利益の相対情報内容を検証している研究は、日本では未だ行われていないが、米国では、Dechow (1994), Biddle et al. (1995), Biddle, Bowen, and Wallace (1997) などがある。これらの研究の結果を要約すると、相対情報内容では、会計利益情報がキャッシュフロー情報を上回るが、キャッシュフロー情報にも増分情報内容があり、会計利益情報を補完する役割を果たしているというものである。

3.3.2 モデル展開

本研究で用いられる回帰モデルは二つの仮定に基づいている (Ali and

9) キャッシュフローの増分情報内容を検証した米・英・日の実証研究結果の要約については、百合草 (2001) を参照されたい。

Zarowin 1992)。第一に、異常リターンは期待外利益の線型関数であると仮定する。

$$ARET_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 UEARN_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (12)$$

ただし、 $ARET_{it}$ は企業 i の t 期における異常リターン、 $UEARN_{it}$ は企業 i の t 期における期待外利益である。第二に、年次利益は IMA(1, 1)過程に従うと仮定する。

$$EARN_{it} = EARN_{it-1} + UEARN_{it} - \theta UEARN_{it-1}, \quad |\theta| \leq 1, \quad (13)$$

ただし、 $EARN_{it}$ は企業 i の t 期における年次利益で、 θ は移動平均パラメータである¹⁰⁾。(13)を期待外利益について解いて年次利益で表すと、

$$\begin{aligned} UEARN_{it} &= EARN_{it} - EARN_{it-1} + \theta UEARN_{it-1} \\ &= EARN_{it} - (1-\theta)EARN_{it-1} - \theta(1-\theta)EARN_{it-2} - \theta^2(1-\theta) \\ &\quad EARN_{it-3} - \dots, \end{aligned} \quad (14)$$

が得られる。節約の原理に基づいて(14)をラグ1までで表すと、

$$UEARN_{it} = \theta EARN_{it} + (1-\theta)(EARN_{it} - EARN_{it-1}) \quad (15)$$

となる。このように、二つの仮定の下では、期待外利益は利益水準($EARN_{it}$)と利益変化($EARN_{it} - EARN_{it-1}$)の加重平均として表現される。このモデルは直感に訴えるものがある。年次利益に完全なる持続性があるとき、すなわち $\theta = 0$ のときには、年次利益はランダム・ウォーク $EARN_{it} = EARN_{it-1} + UEARN_{it}$ となり、期待外利益は利益変化と等しくなる。一方、年次利益が完全に一時的であるとき、すなわち $\theta = 1$ のときには、年次利益はホワイト・ノイズ $EARN_{it} = UEARN_{it}$ となり、期待外利益は利益水準と等しくなる。年次利益は、持続性のある利益部分と一時的利益部分の混合であるので、期待外利益を利益水準と利益変化の加重平均として表現することは、直感的に受け入れやすいと考えられる。

10) この仮定は、年次利益が以下のような適応型期待 (adaptive expectation) に従うことに等しい。

$$EARN^*_t - EARN^*_{t-1} = (1-\theta)(EARN_t - EARN^*_{t-1}),$$

ただし、 $EARN^*_t$ は t 期における翌期の期待利益である。

(15) を (12) に代入して整理すると,

$$ARET_{it} = \beta_0 + \beta_1 EARN_{it} + \beta_2 \Delta EARN_{it} + \varepsilon_{it} \quad (16)$$

が得られる。ただし, $\Delta EARN_{it}$ は利益変化 ($EARN_{it} - EARN_{it-1}$) である。

Non-nested モデル (相対情報内容の検証)

会計利益とキャッシュフローの相対情報内容を比較するために, クロス・セクショナルで回帰を行う。使用するモデルは (16) に基づく以下の non-nested モデルである¹¹⁾。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 E_{it} + \alpha_2 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (17)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 CF_{it} + \beta_2 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (18)$$

ただし, AR_{it} は企業 i の t 期 4 カ月目から $t+1$ 期 3 ヶ月目までの市場調整済み年次異常リターン, E_{it} は企業 i の t 期における経常利益, ΔE_{it} は企業 i の t 期における経常利益変化 ($E_{it} - E_{it-1}$), CF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー, ΔCF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー変化 ($CF_{it} - CF_{it-1}$) である。また全ての説明変数は t 期首の時価総額でデフレートされている (なお表記上は, デフレーターは省略されている)。市場調整済み異常リターンには, 通常株式リターンから TOPIX (東証株価指数) リターンを控除する市場控除法を用いている¹²⁾。

Overlapping モデル (相対情報内容の検証)

伝統的ファイナンス理論の中核ともいえる効率的市場仮説によれば, 株価は過去や現在に公表されている情報を即座に正しく反映するので, 投資家は一般

11) これと同様のモデルは, Cheng et al. (1996) や Charitou et al. (2000) でも用いられている。

12) 営業活動によるキャッシュフローの表示方法については, サンプルの中で 1 社 (月島機械) のみが直接法を採用しており, その他は全て間接法を採用していた。また, 受取利息, 受取配当金を投資活動によるキャッシュフローに記載し, 支払利息を財務活動によるキャッシュフローに記載している企業が 65 社・年あった。これらの企業については, 他の企業に合わせるために, 受取利息, 受取配当金, 支払利息を全て営業活動によるキャッシュフローに組み替えている。

に利用可能な情報を使って市場よりも高い超過投資収益を獲得することはできないはずである。しかしながら実際には、多くの実証研究によって、市場の変化について合理的な説明が出来ない、アノマリーと呼ばれる現象が数多く存在することが知られている（安部 1996, Shleifer 2000, 城下 2002）。そのアノマリーの代表が、規模効果とバリュー効果である。規模効果とは、時価総額の小さい銘柄群は大きい銘柄群を outperform するというものであり、バリュー効果とは、株主資本簿価 / 時価比率 (book-to-market ratio: BM) の高い銘柄群 (バリュー株) は低い銘柄群 (グロース株) を outperform するというものである。

そこで、これらのアノマリーをコントロールした後で、会計利益とキャッシュフローの相対情報内容を比較することにする。使用する回帰モデルは、企業規模と簿価時価比率をコントロール変数として追加した以下の overlapping モデルである。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 SIZE_{it} + \alpha_2 BM_{it} + \alpha_3 E_{it} + \alpha_4 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (19)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (20)$$

ただし、 $SIZE_{it}$ は企業 i の t 期首における時価総額に自然対数をとったもの、 BM_{it} は企業 i の t 期首における株主資本簿価 / 時価総額の比率である。

Nested モデル（増分情報内容の検証）

キャッシュフロー情報には、会計利益が供する以外の価値関連情報が存在するかどうかを検証するために、キャッシュフローの増分情報内容を以下の nested モデルを用いて検証する。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 E_{it} + \alpha_2 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (17)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 E_{it} + \beta_2 \Delta E_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it}. \quad (21)$$

キャッシュフローの増分情報内容を検証するもう一つのモデルは、(17) (21) に $SIZE_{it}$ と BM_{it} のコントロール変数を加えた以下の nested モデルである。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 SIZE_{it} + \alpha_2 BM_{it} + \alpha_3 E_{it} + \alpha_4 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it}, \quad (19)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 E_{it} + \beta_4 \Delta E_{it} + \beta_5 CF_{it} + \beta_6 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it}. \quad (22)$$

この場合には、キャッシュフローが⁵、会計利益と他のコントロール変数以外の

情報内容を有するかどうかを検証している。

3.3.3 データ

我が国では、2000年3月決算期から連結キャッシュフロー計算書の提出が義務付けられた。そこでサンプルは、2000–2002年の期間において以下の基準で選択されている。

- (1) 東京証券取引所市場第一部上場企業である、
- (2) 一般事業会社である（金融、証券、保険を除く）、
- (3) 会計期間が12ヶ月である。

会計データと株式リターンは、それぞれ「日経財務データ」と「大和総合研究所投資収益データ」から収集している。2002年6月の時点で、上記の要件を満たすサンプルは3,692社-年ある。さらにモデルの推定には差分データが必要であり、これによって最終サンプルは2,233社-年に減少する。なお、3月決算企業のみにサンプルを限定する研究が多いが、本研究ではもともとサンプル数が少ないので、決算月に関する制約は行っていない。東証一部上場企業の株式取引高は、日本の株式市場全体の80%以上を占めるので、選択されたサンプルは日本を代表する企業の多くをカバーしていると思われる。

3.3.4 実証結果

表1パネルAは変数の記述統計量、パネルBは変数のピアソン相関係数を表している。 E_{it} の平均と標準偏差は0.087と0.124、一方 CF_{it} の平均と標準偏差は0.148と0.330であり、会計利益よりキャッシュフローの方が変動が大きいことを示している。また AR_{it} と説明変数 E_{it} 、 ΔE_{it} 、 CF_{it} 、 ΔCF_{it} 、 $SIZE_{it}$ 、 BM_{it} との相関係数は、それぞれ0.346、0.310、0.229、0.104、-0.143、0.241で予想される符号と一致している。特に、 AR_{it} と $SIZE_{it}$ が負の相関を持つことは規模効果を、 AR_{it} と BM_{it} が正の相関を持つことはバリュー効果を示していると考えられる。また AR_{it} と E_{it} 、 ΔE_{it} の相関係数は、 AR_{it} と CF_{it} 、 ΔCF_{it} の相関係数よりも高く、リターンと会計利益の関係が、リターンとキャッシュフローの関係よりも強い

表 1 記述統計量と相関係数

Panel A : 記述統計量

変数	観測値数	平均	標準偏差	最小	1Qr	中央値	3Qr	最大
AR_{it}	2,233	0.174	0.306	-0.782	-0.003	0.150	0.302	4.375
E_{it}	2,233	0.087	0.124	-0.764	0.038	0.080	0.136	1.928
ΔE_{it}	2,233	-0.002	0.106	-0.573	-0.041	0.001	0.032	0.907
CF_{it}	2,233	0.148	0.330	-5.016	0.039	0.110	0.218	3.942
ΔCF_{it}	2,233	-0.010	0.363	-8.159	-0.077	-0.005	0.059	2.811
$SIZE_{it}$	2,233	10.87	1.606	7.305	9.669	10.57	11.84	17.51
BM_{it}	2,233	1.130	0.820	-4.664	0.550	0.970	1.515	7.687

Panel B : ピアソン相関係数

変数	AR_{it}	E_{it}	ΔE_{it}	CF_{it}	ΔCF_{it}	$SIZE_{it}$	BM_{it}
AR_{it}	1.000						
E_{it}	0.346	1.000					
ΔE_{it}	0.310	0.501	1.000				
CF_{it}	0.229	0.243	0.181	1.000			
ΔCF_{it}	0.104	-0.086	0.126	0.650	1.000		
$SIZE_{it}$	-0.143	-0.100	-0.032	-0.049	0.020	1.000	
BM_{it}	0.241	0.133	0.014	0.086	-0.016	-0.490	1.000

(注) 変数の定義は以下のようである。

AR_{it} は企業 i の t 期 4 ヶ月目から $t+1$ 期 3 ヶ月目までの市場調整済み年次異常リターン, E_{it} は企業 i の t 期における経常利益, ΔE_{it} は企業 i の t 期における経常利益変化 ($E_{it} - E_{it-1}$), CF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー, ΔCF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー変化 ($CF_{it} - CF_{it-1}$), $SIZE_{it}$ は企業 i の t 期首における時価総額に自然対数をとったもの, BM_{it} は企業 i の t 期首における株主資本簿価 / 時価総額の比率である。なお表記上は省略されているが, E_{it} , ΔE_{it} , CF_{it} , ΔCF_{it} は t 期首の時価総額でデフレートされている。

ことが伺える。

Non-nested モデル (相対情報内容) の検証結果

Non-nested モデルの推定結果は, 表 2 の上段に示されている。(17) の $E_{it} + \Delta E_{it}$ の係数は 1.156, t 値は 7.57, (18) の $CF_{it} + \Delta CF_{it}$ の係数は 0.194, t 値は 3.55 と, 共に 1%水準で有意である。このように, 会計利益, キャッシュフローともにリターンと有意に正の関係が見られるが, 反応係数は利益とキャッシュフローで大きく異なっており ($1.156/0.194 = 5.96$ 倍), 会計利益情報の優位性が伺え

表2 回帰モデルの推定結果

推定モデル	Intercept	SIZE _{<i>it</i>}	BM _{<i>it</i>}	E_{it}	ΔE_{it}	CF _{<i>it</i>}	ΔCF_{it}	$E_{it} + \Delta E_{it}$	CF _{<i>it</i>} + ΔCF_{it}	adj. R ²	#obs.
<i>Non-nested</i> モデル	(17)	0.121 (10.34)**		0.630 (4.93)**	0.526 (5.17)**			1.156 (7.57)**		14.4%	2,233
	(18)	0.136 (13.43)**				0.258 (3.88)**	-0.064 (-1.79)		0.194 (3.55)**	5.5%	2,233
<i>Overlapping</i> モデル	(19)	0.077 (1.32)	-0.003 (-0.70)	0.075 (7.11)**	0.542 (4.29)**	0.568 (5.52)**		1.110 (7.28)**		18.6%	2,233
	(20)	0.116 (2.10)*	-0.006 (-1.30)	0.076 (6.83)*			0.223 (3.43)**	-0.041 (-1.20)	0.182 (3.31)**	10.2%	2,233
<i>Nested</i> モデル	(21)	0.108 (9.42)**		0.574 (5.78)**	0.484 (4.77)**	0.120 (1.96)*	0.016 (0.37)	1.058 (9.23)**	0.136 (2.52)*	16.3%	2,233
	(22)	0.070 (1.22)	-0.003 (-0.73)	0.072 (6.58)**	0.507 (5.19)**	0.520 (5.08)**	0.099 (1.66)	1.027 (8.94)**	0.127 (2.34)*	20.2%	2,233

(注) 変数の定義は以下のようである。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 E_{it} + \alpha_2 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it} \quad (17)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 CF_{it} + \beta_2 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (18)$$

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 SIZE_{it} + \alpha_2 BM_{it} + \alpha_3 E_{it} + \alpha_4 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it} \quad (19)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (20)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 E_{it} + \beta_2 \Delta E_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (21)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 E_{it} + \beta_4 \Delta E_{it} + \beta_5 CF_{it} + \beta_6 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (22)$$

ただし、 AR_{it} は企業 i の t 期4ヵ月目から $t+1$ 期3ヵ月目までの市場調整済み年次異常リターン、 E_{it} は企業 i の t 期における経常利益、 ΔE_{it} は企業 i の t 期における経常利益変化($E_{it} - E_{it-1}$)、 CF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー、 ΔCF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー変化($CF_{it} - CF_{it-1}$)、 $SIZE_{it}$ は企業 i の t 期首の時価総額に自然対数をとったもの、 BM_{it} は企業 i の t 期首における株主資本簿価/時価総額の比率である。

なお表記上は省略されているが、 E_{it} 、 ΔE_{it} 、 CF_{it} 、 ΔCF_{it} は t 期首の時価総額でデフレートされている。

括弧内は White の共分散行列に基づく t 値である。 * 5%水準で有意 ** 1%水準で有意。

表3 Vuong (1989) 検定の結果

競合モデルの種類	Vuong (1989) モデル選択検定	
	(i) 尤度比分散検定	(ii) 尤度比検定
<i>Non-nested</i> モデル (17) against (18)		3.475**
<i>Overlapping</i> モデル (19) against (20)	1018.97**	3.437**
<i>Nested</i> モデル	(17) against (21)	436.54*
	(19) against (22)	419.69*

(注) 変数の定義は以下のようである。

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 E_{it} + \alpha_2 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it} \quad (17)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 CF_{it} + \beta_2 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (18)$$

$$AR_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 SIZE_{it} + \alpha_2 BM_{it} + \alpha_3 E_{it} + \alpha_4 \Delta E_{it} + \varepsilon_{it} \quad (19)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (20)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 E_{it} + \beta_2 \Delta E_{it} + \beta_3 CF_{it} + \beta_4 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (21)$$

$$AR_{it} = \beta_0 + \beta_1 SIZE_{it} + \beta_2 BM_{it} + \beta_3 E_{it} + \beta_4 \Delta E_{it} + \beta_5 CF_{it} + \beta_6 \Delta CF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (22)$$

ただし、 AR_{it} は企業 i の t 期 4 ヶ月目から $t+1$ 期 3 ヶ月目までの市場調整済み年次異常リターン、 E_{it} は企業 i の t 期における経常利益、 ΔE_{it} は企業 i の t 期における経常利益変化 ($E_{it} - E_{it-1}$)、 CF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー、 ΔCF_{it} は企業 i の t 期における営業キャッシュフロー変化 ($CF_{it} - CF_{it-1}$)、 $SIZE_{it}$ は企業 i の t 期首における時価総額に自然対数をとったもの、 BM_{it} は企業 i の t 期首における株主資本簿価 / 時価総額の比率である。なお表記上は省略されているが、 E_{it} 、 ΔE_{it} 、 CF_{it} 、 ΔCF_{it} は t 期首の時価総額でデフレートされている。

(i) 尤度比分散検定では、尤度比分散が重み付き χ^2 分布に従い、その検定統計量を分析的に計算するのは困難である。そこでシミュレーションによってその棄却限界値を求めている。また (ii) 尤度比検定は標準正規分布による検定である。

Vuong (1989) non-nested モデル検定には、(ii) 尤度比検定を用いる。Vuong (1989) overlapping モデル検定は、sequential 検定であるので、最初に (i) 尤度比分散検定を行い、それが棄却されたら (ii) 尤度比検定を行うという手続きが必要である。Vuong (1989) nested モデル検定には、(i) 尤度比分散検定を用いる。

* 5%水準で有意 ** 1%水準で有意。

る。それは両者の $\text{adj.}R^2$ にも表れており、(17) の $\text{adj.}R^2$ が 14.4% なのに対して、(18) の $\text{adj.}R^2$ は 5.5% とかなり低い。

そこで (17) と (18) の相対情報内容を比較するために、non-nested モデルの Vuong 検定を行った結果が表 3 の上段に示されている。non-nested 検定では、定理 2 の標準化された尤度比を用いて検定を行う。(17) against (18) で得られた推定値は 3.475 と 1%水準で有意であり、これは、(17) の方が (18) よりも真のモデルにより近いということを示している。すなわち、会計利益の情報内容は、キャッシュフローの情報内容よりも統計的に有意に大きいといえる。

Overlapping モデル（相対情報内容）の検証結果

Overlapping モデルの推定結果は、表 2 の中段に示されている。 BM_{it} の係数は (19) (20) とともに正で有意であり、バリュー効果の存在が伺える。一方、 $SIZE_{it}$ の係数は有意ではないが、(19) (20) とともに、規模効果が予想するように負の値をとっている。そしてこれらの影響を除去した後でも、(19) の $E_{it} + \Delta E_{it}$ の係数は 1.110, t 値は 7.28, (20) の $CF_{it} + \Delta CF_{it}$ の係数は 0.182, t 値は 3.31 と、共に 1% 水準で有意である。このように、バリュー効果や規模効果をコントロールした後でも、会計利益、キャッシュフローともにリターンと有意に正の関係が見られるが、反応係数は利益とキャッシュフローで大きく異なり ($1.110/0.182=6.10$ 倍)、会計利益情報の優位性が伺える。それは両者の $\text{adj.}R^2$ にも表れており、(19) の $\text{adj.}R^2$ が 18.6% なのに対して、(20) の $\text{adj.}R^2$ は 10.2% である。

そこで (19) と (20) の相対情報内容を比較するために、overlapping モデルの Vuong 検定を行った結果が表 3 の中段に示されている。overlapping 検定は、sequential 検定であるので、最初に定理 3 に基づいて (i) 尤度比分散検定を行い、それが棄却されたら定理 2 に基づいて (ii) 尤度比検定を行うという手続きが必要である。なお (i) 尤度比分散検定では、尤度比分散が重み付き χ^2 和分布に従い、その検定統計量を分析的に計算するのは困難である。そこでシミュレーションによってその棄却限界値を求めている。(19) against (20) で得られた尤度比分散の推定値は、1018.97 と 1% 水準で棄却される。そこで (ii) 尤度比検定を行うと、その推定値は 3.437 と 1% 水準で有意であり、これは、(19) の方が (20) よりも真のモデルにより近いことを示している。すなわち、規模効果やバリュー効果をコントロールした後でも、会計利益の情報内容は、キャッシュフローの情報内容よりも統計的に有意に大きいといえる。

Nested モデル（増分情報内容）の検証結果

Nested モデルの推定結果は、表 2 の下段に示されている。(21) の $CF_{it} + \Delta CF_{it}$ の係数は 0.136, t 値は 2.52, (22) の $CF_{it} + \Delta CF_{it}$ の係数は 0.127, t 値は 2.34 と、

共に5%水準で有意である。このことは、会計利益を所与としても、キャッシュフローには増分情報内容が存在することを示している。また、(21)の $E_{it} + \Delta E_{it}$ の係数は1.058, t 値は9.23, (22)の $E_{it} + \Delta E_{it}$ の係数は1.027, t 値は8.94 と、共に1%水準で有意であり、このことは、キャッシュフローを所与としても、会計利益には増分情報内容が存在することを示している。つまり、会計利益とキャッシュフローには、互いに増分情報内容が存在しているのである。ただし反応係数は会計利益とキャッシュフローで大きく異なり (1.058/0.136=7.78 倍; 1.027/0.127=8.09 倍), 会計利益情報の優位性が伺える。

増分情報内容を検証するには、係数推定値の有意性を検証する方法でも良いが、ここでは nested モデルの場合の Vuong 検定を行っており、その結果が表3の下段に示されている。nested 検定では、定理4に基づいて尤度比分散検定を行う。結果は、(17)against(21)では、その推定値は436.54, (19)against(22)では419.69 と、共に5%水準で有意である。これは、(17)よりも(21)の方が、そして(19)よりも(22)の方が真のモデルにより近いことを示している。すなわち、会計利益の情報内容を所与としても、キャッシュフローには追加的な情報内容が存在しているのである。また、表には載せていないが、キャッシュフローの情報内容を所与とした場合にも、会計利益には追加的な情報内容が存在していた。

4. おわりに

本稿では、最初に Vuong (1989) 検定の理論的背景を説明し、次にその応用例として、連結キャッシュフロー情報と発生主義に基づく会計利益情報の有用性を比較している。Vuong 検定は、モデル選択基準に KLIC を用いてそれを LR 検定に応用することにより、 R^2 やAICといった従来のモデル選択基準では不可能であった競合するモデル間の統計的有意検定を可能にした、モデル選択検定である。また Vuong 検定が、Cox 検定やJ検定といった従来の non-nested モデル仮説検定と異なる点は、その枠組みの一般性である。2つの競合するモデ

ルが non-nested, overlapping, nested のどの場合でも適用可能であり、また、真のデータ生成過程が競合するモデルの両方に含まれていなくても良い。Vuong 検定の基本的な発想は、KLIC で測定された距離を用いて、どちらのモデルがより真のデータ生成過程に近いかを検定するというものであり、これが Vuong 検定の最大の特徴である。

次に、Vuong 検定の応用例として、2000 年 3 月決算期から開示されている連結キャッシュフローと従来の発生主義に基づく会計利益の情報内容の比較を行っている。情報内容には相対情報内容と増分情報内容とがあり、相対情報内容は、2つの会計情報のどちらの情報内容がより大きいかを検証するものであり、増分情報内容は、片方の会計情報を所与としたときに、もう片方に追加的な情報内容があるかどうかを検証するものである。そして、相対情報内容の検証にはしばしば J 検定が用いられるが、J 検定は、理論上、相対情報内容と増分情報内容を明確に区別し得ないので、情報内容の検証に用いることは不適切である。一方、Vuong 検定の枠組みは、相対情報内容と増分情報内容の両方の検証に上手く整合しており、情報内容の検証に用いるのに適している。

実証結果は、相対情報内容では、会計利益情報がキャッシュフロー情報より優っているが、キャッシュフロー情報にも、会計利益情報以外の増分情報内容が若干ではあるが存在した。つまり、キャッシュフローは会計利益に取って代わるものではないが、幾らかの追加的な情報を市場に提供しているようである。

最後に、Vuong 検定は、その枠組みの一般性および明瞭性の点で、従来の検定よりも優れているといえる。しかしながら、その検定統計量の計算が非常に複雑であるので、現段階ではその有用性が十分に発揮されていない。会計情報には代替的情報が数多く存在し、それゆえに、研究上モデル選択検定を必要とする機会も少なくない。今後、検定の改良や簡便法が考案されれば、Vuong 検定は、会計学研究において非常に有用なツールとなり得るであろう¹³⁾。

13) Vuong(1989)検定の non-nested モデルの場合における簡便法については Appendix 4 を、正規線型モデルへの適用については松尾(2004)を参照されたい。

Appendix 1 (LR 統計量の漸近分布)

$L_n^f(\theta_*)$, $L_n^g(\gamma_*)$ をそれぞれ, $\hat{\theta}_n$, $\hat{\gamma}_n$ の周りで Taylor 展開すると,

$$L_n^f(\theta_*) = L_n^f(\hat{\theta}_n) + \frac{\partial L_n^f(\hat{\theta}_n)}{\partial \theta'}(\theta_* - \hat{\theta}_n) + \frac{n}{2}(\hat{\theta}_n - \theta_*)' A_f(\hat{\theta}_n - \theta_*) + o_p(1),$$

$$L_n^g(\gamma_*) = L_n^g(\hat{\gamma}_n) + \frac{\partial L_n^g(\hat{\gamma}_n)}{\partial \gamma'}(\gamma_* - \hat{\gamma}_n) + \frac{n}{2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)' A_g(\hat{\gamma}_n - \gamma_*) + o_p(1)$$

が得られる。両式の右辺第 2 項は共にゼロとなることを用いると LR_n は次の式で表される。

$$\begin{aligned} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) &= LR_n(\theta_*, \gamma_*) - \frac{n}{2}(\hat{\theta}_n - \theta_*)' A_f(\hat{\theta}_n - \theta_*) + \\ &\quad - \frac{n}{2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)' A_g(\hat{\gamma}_n - \gamma_*) + o_p(1). \end{aligned} \quad (A.1)$$

補題 1: Y を $N(0, \Omega)$ に従って分布している m ランダム変数のベクトルで, $\text{rank } \Omega \leq m$ とし, Q を $m \times m$ の実数の対称行列とする。このとき Y の 2 次形式

$$Y'QY \sim M_m(\cdot; \lambda), \text{ where } \lambda = Q\Omega \text{ の固有値のベクトル,}$$

は, パラメータ (m, λ) を持つ重み付き χ^2 和分布に従う。

定理 1 (LR 統計量の漸近分布): 適当な正則条件の下で,

(i) $f(\cdot; \theta_*) = g(\cdot; \gamma_*)$ のとき, (A.1) は, 以下の式に書き換えられる。

$$LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = 0 + \frac{n}{2} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} -A_f & 0 \\ 0 & A_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix},$$

$$2LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = n^{1/2} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} -A_f & 0 \\ 0 & A_g \end{pmatrix} n^{1/2} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix}.$$

ここで補題 1 と (1) を用いると

$$2LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) \xrightarrow{D} M_{p+q}(\cdot; \lambda_*)$$

が成り立つ。ここで λ_* は,

$$W = \begin{pmatrix} -A_f & 0 \\ 0 & A_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_f^{-1} B_f A_f^{-1} & A_f^{-1} B_{fg} A_g^{-1} \\ A_g^{-1} B_{gf} A_f^{-1} & A_g^{-1} B_g A_g^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -B_f A_f^{-1} & -B_{fg} A_g^{-1} \\ B_{gf} A_f^{-1} & B_g A_g^{-1} \end{pmatrix} \text{ の } p+q$$

個の固有値を要素とするベクトルである。

(ii) $f(\cdot; \theta_*) \neq g(\cdot; \gamma_*)$ のとき, (A.1) は, 以下の式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) &= LR_n(\theta_*, \gamma_*) - \frac{n}{2}(\hat{\theta}_n - \theta_*)' A_f (\hat{\theta}_n - \theta_*) \\ &\quad + \frac{n}{2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)' A_g (\hat{\gamma}_n - \gamma_*) + o_p(1) \\ &= LR_n(\theta_*, \gamma_*) - \frac{1}{2} n^{1/2}(\hat{\theta}_n - \theta_*)' A_f n^{1/2}(\hat{\theta}_n - \theta_*) \\ &\quad + \frac{1}{2} n^{1/2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)' A_g n^{1/2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*) \\ &= LR_n(\theta_*, \gamma_*) - O_p(1) \times O_p(1) + O_p(1) \times O_p(1) \\ &= LR_n(\theta_*, \gamma_*) + O_p(1). \end{aligned}$$

両辺に $n^{-1/2}$ を乗じると,

$$n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = n^{-1/2} LR_n(\theta_*, \gamma_*) + o_p(1)$$

が得られる。そして両辺から $n^{1/2} E^0[\ln\{f(Y_t | Z_t; \theta_*) / g(Y_t | Z_t; \gamma_*)\}]$ を引くと,

$$\begin{aligned} n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) - n^{1/2} E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \\ = n^{1/2} \left(\frac{1}{n} LR_n(\theta_*, \gamma_*) - E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \right) + o_p(1) \end{aligned}$$

を得る。右辺は中心極限定理より $N(0, \omega_*^2)$ に漸近的に従うので,

$$n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) - n^{1/2} E^0 \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \xrightarrow{D} N(0, \omega_*^2)$$

となる。

Appendix 2 (分散統計量)

$\ln[f(Y_t | Z_t; \theta_*) / g(Y_t | Z_t; \gamma_*)]$ の分散 ω_*^2 の推定量としては, (5) の,

$$\hat{\omega}_n^2 \equiv \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 - \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2$$

を用いる。帰無仮説 $\omega_*^2 = 0$ の下で $\hat{\omega}_n^2$ の漸近分布は、 $LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = O_p(1)$ であることを用いると、

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_n^2 &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 - \left[\frac{1}{n} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) \right]^2 \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 - \frac{1}{n^2} O_p(1) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 \end{aligned}$$

となる。これを (θ_*, γ_*) の周りで Taylor 展開すると、

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_n^2 &= \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right]^2 \\ &\quad + 2 \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \frac{\partial \ln f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{\partial \theta'} \right] (\hat{\theta}_n - \theta_*) \\ &\quad - 2 \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \theta_*)}{g(Y_t | Z_t; \gamma_*)} \right] \frac{\partial \ln g(Y_t | Z_t; \gamma_*)}{\partial \gamma'} \right] (\hat{\gamma}_n - \gamma_*) \\ &\quad + \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} B_f + o_p(1) & -B_{fg} + o_p(1) \\ -B_{gf} + o_p(1) & B_g + o_p(1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix} \end{aligned}$$

が得られる。右辺第3項までは、帰無仮説の下でゼロとなり、 $n^{1/2}(\hat{\theta}_n - \theta_*)$ と $n^{1/2}(\hat{\gamma}_n - \gamma_*)$ は共に $O_p(1)$ であるので、両辺に n を乗じると、

$$n\hat{\omega}_n^2 = n \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} B_f & -B_{fg} \\ -B_{gf} & B_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\theta}_n - \theta_* \\ \hat{\gamma}_n - \gamma_* \end{pmatrix} + o_p(1)$$

となり、また、

$$\begin{pmatrix} B_f & -B_{fg} \\ -B_{gf} & B_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_f^{-1} B_f A_f^{-1} & A_f^{-1} B_{fg} A_g^{-1} \\ A_g^{-1} B_{gf} A_f^{-1} & A_g^{-1} B_g A_g^{-1} \end{pmatrix} = W^2$$

である。従って,

$$n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{D} M_{p+q}(\cdot; \hat{\lambda}_n^2)$$

が成り立つ。ただし, $\hat{\lambda}_n^2$ は W^2 の $p+q$ 個の固有値, すなわち W の $p+q$ 個の固有値の二乗を要素とするベクトルである。

Appendix 3 (nested モデルの分散統計量)

適当な仮定の下で, $\partial \ln g(y|z; \gamma_*) / \partial \gamma = R \partial \ln f(y|z; \theta_*) / \partial \theta$, ただし R は $q \times p$ の制約行列, が成り立つとすると, W の固有値は,

$$\begin{aligned} 0 &= \det \begin{bmatrix} -B_f A_f^{-1} - \lambda I_p & -B_f R' A_g^{-1} \\ R B_f A_f^{-1} & R B_f R' A_g^{-1} - \lambda I_q \end{bmatrix} \\ &= \det \begin{bmatrix} -B_f A_f^{-1} - \lambda I_p + B_f R' A_g^{-1} R & -B_f R' A_g^{-1} \\ 0 & -\lambda I_q \end{bmatrix} \\ &= (-\lambda)^q \det[-B_f A_f^{-1} - \lambda I_p + B_f R' A_g^{-1} R] \end{aligned}$$

の解であるので,

$$\underline{W} = (-B_f A_f^{-1} + B_f R' A_g^{-1} R)$$

とすると, W のゼロでない固有値は $\underline{W}$ の固有値と等しくなる。従って Appendix 2 より,

$$n\hat{\omega}_n^2 \xrightarrow{D} M_p(\cdot; \underline{\lambda}_n^2)$$

が成り立つ。ただし, $\underline{\lambda}_n^2$ は $\underline{W}$ の p 個の固有値の二乗を要素とするベクトルである。

Appendix 4 (Vuong non-nested モデル検定の簡便法)

Vuong 検定は, non-nested, overlapping, nested の場合でそれぞれ検定方法が異なるが, Vuong 検定を使用する状況としては, non-nested モデルの場合が最も多いと思われる。そこで, Vuong non-nested モデル検定の簡便法を以下で示す。

今, 競合するモデル $F_\theta = \{f(y|z; \theta); \theta \in \Theta\}$ と $G_\gamma = \{g(y|z; \gamma); \gamma \in \Gamma\}$ が non-

nested モデルであるとする、

定理 2 (Non-nested モデルの LR 検定) : 適当な正則条件下で、 F_θ と G_γ が^s non-nested モデルであるならば、

$$(i) \text{ under: } H_0: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{D} N(0, 1),$$

$$(ii) \text{ under: } H_f: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{a.s.} +\infty,$$

$$(iv) \text{ under: } H_g: n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n \xrightarrow{a.s.} -\infty$$

が成り立つ。このとき、

$$LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = \sum_{t=1}^n \ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)},$$

$$\hat{\omega}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left[\ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2 - \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)} \right]^2$$

であるので、 $m_t \equiv \ln \frac{f(Y_t | Z_t; \hat{\theta}_n)}{g(Y_t | Z_t; \hat{\gamma}_n)}$ と定義すると、

$$LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) = (m_1 + m_2 + \dots + m_n) = \sum m,$$

$$\hat{\omega}_n^2 = n^{-1} \sum m^2 - (n^{-1} \sum m)^2$$

と表される。そしてこれらの表現を用いると、定理 2 (i) は、

$$n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n = \frac{n^{-1/2} \sum m}{\sqrt{n^{-1} \sum m^2 - n^{-2} (\sum m)^2}} = \frac{\sum m}{\sqrt{\sum m^2 - (\sum m)^2 / n}} \quad (A.2)$$

に書き換えられる。

ここで、 $y = (1, 1, \dots, 1)'$ 、 $x = (m_1, m_2, \dots, m_n)'$ として回帰モデル

$$y = x\beta + \varepsilon \quad (A.3)$$

を推定すると、 β の推定値 b の t 値は、

$$t_b = \frac{b}{\sqrt{s^2 (x'x)^{-1}}} \quad (A.4)$$

となる。ただし、 $b = (x'x)^{-1} x'y$ 、 $s^2 = e'e / (n-1) = y'\{I_n - x(x'x)^{-1}x'\}\{I_n - x(x'x)^{-1}x'\}y / (n-1)$ である。また (A.3) の場合には、

$$(x'x)^{-1} = (\sum m^2)^{-1},$$

$$x'y = y'x = \sum m,$$

$$y'y = n,$$

が成立するので、 b と s^2 は、

$$b = \sum m / \sum m^2,$$

$$s^2 = \{y' - (\sum m / \sum m^2)x'\} \{y - x(\sum m / \sum m^2)\} / (n-1) = \{n - (\sum m)^2 / \sum m^2\} / (n-1),$$

と等しくなる。これらを (A.4) に代入すると、 b の t 値は、

$$t_b = \frac{\sum m / \sum m^2}{\sqrt{\frac{n - (\sum m)^2 / \sum m^2}{n-1} (\sum m^2)^{-1}}} = \frac{\sum m}{\sqrt{\frac{n \sum m^2 - (\sum m)^2}{n-1}}}$$

となる。両辺に $(n/n-1)^{1/2}$ を掛けると、

$$(n/n-1)^{1/2} t_b = \frac{1}{\sqrt{\frac{n-1}{n}}} \frac{\sum m}{\sqrt{\frac{n \sum m^2 - (\sum m)^2}{n-1}}} = \frac{\sum m}{\sqrt{\sum m^2 - (\sum m)^2 / n}}$$

となり、(A.2) と一致する。

以上の結果をまとめると、次のようになる。 $F_\theta = \{f(y|z;\theta); \theta \in \Theta\}$ と $G_\gamma = \{g(y|z;\gamma); \gamma \in \Gamma\}$ が non-nested モデルであるときには、

$$m_i = \ln \frac{f(Y_i | Z_i; \hat{\theta}_n)}{g(Y_i | Z_i; \hat{\gamma}_n)}$$

を求めて、1 を m_i に回帰する。そしてその係数推定値の t 値に $(n/n-1)^{1/2}$ を掛けると、Vuong non-nested モデル検定の統計量である、

$$n^{-1/2} LR_n(\hat{\theta}_n, \hat{\gamma}_n) / \hat{\omega}_n$$

の値が得られる。この統計量が、標準正規分布 $N(0, 1)$ のある適当な有意水準で棄却されなければ、 F_θ と G_γ には統計的に有意な差はないと判定し、もし上側のある適当な有意水準で棄却されたら、 F_θ は G_γ よりも優れている、下側のある適当な有意水準で棄却されたら、 G_γ は F_θ よりも優れていると判定するのである。

引用文献

- 安部圭司 [1996] 「効率的市場仮説とアノマリー」『商経論集』第 71 巻, 41-54 頁。
- 太田浩司 [2002] 「経営者予想利益の価値関連性およびアナリスト予想利益に与える影響」『証券アナリストジャーナル』第 40 巻第 3 号, 85-109 頁。
- 太田浩司 [2003] 「市場の期待利益の代理変数として何を用いるべきか? — I/B/E/S, 四季報, 経営者予想の比較」Unpublished paper, 武蔵大学。
- 黒川行治・高橋正子 [1993] 「株式投資決定における資金情報の有用性」『企業会計』第 45 巻第 9 号, 120-126 頁。
- 桜井久勝 [1992] 「資金収支表の増分情報内容」『産業経理』第 52 巻第 1 号, 45-55 頁。
- 城下賢吾 [2002] 『市場のアノマリーと行動ファイナンス』千倉書房。
- 須田一幸 [2001] 「キャッシュフロー情報と利益情報の有用性 (一)」『会計』第 162 巻第 1 号, 39-50 頁。
- 土田俊也 [1995] 「資金収支表の情報項目と株価形成」『会計』第 148 巻第 1 号, 92-106 頁。
- 中野誠 [2000] 「企業年金会計における ABO 対 PBO の実証研究」『企業会計』第 52 巻第 5 号, 725-734 頁。
- 松尾精彦 [2003] 「モデル選択基準とその正規線形モデルへの適用」『関西大学経済論集』第 53 巻第 1 号, 93-107 頁。
- 松尾精彦 [2004] 「Vuong test とその正規線形モデルへの適用法」Unpublished paper, 関西大学。
- 百合草裕康 [1998] 「連結キャッシュ・フロー情報の有用性— SEC 基準連結キャッシュ・フロー計算書の情報内容—」『会計』第 154 巻第 4 号, 76-90 頁。
- 百合草裕康 [2001] 『キャッシュ・フロー会計情報の有用性』中央経済社。
- 若林公美 [2002] 「包括利益情報に対する株式市場の評価—有価証券の評価差額を手がかりとして—」『会計』第 162 巻第 1 号, 81-94 頁。
- Ali, A. (1994). The incremental information content of earnings, working capital

- from operations, and cash flows. *Journal of Accounting Research* 32, 61–74.
- Ali, A. and P. Zarowin. (1992). The role of earnings levels in annual earnings-returns studies. *Journal of Accounting Research* 30, 286–296.
- Biddle, G., R. Bowen, and J. Wallace. (1997). Does EVA[®] beat earnings? Evidence on associations with stock returns and firm values. *Journal of Accounting & Economics* 24, 301–336.
- Biddle, G., G. Seow, and A. Siegel. (1995). Relative versus incremental information content. *Contemporary Accounting Research* 12, 1–23.
- Bowen, R., D. Burgstahler, and L. Daley (1987). The incremental information content of accrual versus cash flows. *The Accounting Review* 62, 723–747.
- Bradshaw, M. and R. Sloan. (2002). GAAP versus the street: an empirical assessment of two alternative definitions of earnings. *Journal of Accounting Research* 40, 41–66.
- Brown, L. and K. Sivakumar. (2003). Comparing the value relevance of two operating income measures. *Review of Accounting Studies* 8, 561–572.
- Chan, K. and G. Seow. (1996). The association between stock returns and foreign GAAP earnings versus earnings adjusted to U.S. GAAP. *Journal of Accounting & Economics* 21, 139–158.
- Charitou, A., C. Clubb, and A. Andreou. (2000). The value relevance of earnings and cash flows: empirical evidence for Japan. *Journal of International Financial Management and Accounting* 11, 1–22.
- Cheng, A., C. S. Liu, and T. Schaefer (1996). Earnings performance and the incremental information content of cash flows from operations. *Journal of Accounting Research* 34, 173–181.
- Davidson, R. and J. MacKinnon. (1981). Several tests for model specification in the presence of alternative hypotheses. *Econometrica* 49, 781–793.
- Davidson, R. and J. MacKinnon. (1993). *Estimation and inference in econometrics*. Oxford University Press, New York, NY.

- Dechow, P. (1994). Accounting earnings and cash flows as measures of firm performance. The role of accounting accruals. *Journal of Accounting & Economics* 18, 3–42.
- Dhaliwal, D., K. Subramanyam, and R. Trezevant. (1999). Is comprehensive income superior to net income as a measure of performance? *Journal of Accounting & Economics* 26, 43–67.
- Harris, M. and K. Muller. (1999). The market valuation of IAS versus US-GAAP accounting measures using Form 20-F reconciliations. *Journal of Accounting & Economics* 26, 285–312.
- Nakano, M. (2003). Incremental versus relative information content of pension liability. *Hitotsubashi Journal of Commerce and Management* 38, 1–12.
- Pesaran, M. H. and M. Weeks. (2001). Nonnested hypothesis testing: an overview. *A companion to theoretical econometrics*, edited by B. H. Baltagi. Blackwell Publishers Ltd, Oxford, UK.
- Pfeiffer, R., P. Elgers, M. Lo, and L. Rees (1998). Additional evidence on the incremental information content of cash flows and accruals: the impact of errors in measuring market expectations. *The Accounting Review* 73, 373–385.
- Rayburn, J. (1986). The association of operating cash flow and accruals with security returns. *Journal of Accounting Research* 24 (supplement), 112–133.
- Sawa, T. (1978). Information criteria for discriminating among alternative regression models. *Econometrica* 46, 1273–1291.
- Shleifer, A. (2000). *Inefficient markets: an introduction to behavioral finance*. Oxford University Press, New York, NY.
- Vuong, Q. H. (1989). Likelihood ratio tests for model selection and non-nested hypotheses. *Econometrica* 57, 307–333.
- White, H. (1982). Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica* 50, 1–25.

- Wilson, P. (1987). The incremental information content of the accrual and funds components of earnings after controlling for earnings. *The Accounting Review* 62, 293–322.
- Yaekura, T. (2002). A comparative study of the usefulness of accounting systems from a valuation perspective. Working paper, University of Tsukuba.