

# 21pTQ-1 オンライン学習理論に基づく非線形単純パーセプトロンのアンサンブル学習の解析

神戸高専 三好 誠司, 都立高専 原 一之†, 理研脳総研 科技団さきがけ 岡田 真人‡

## Analysis of ensemble learning using nonlinear simple perceptrons based on on-line learning theory

Seiji Miyoshi, Kazuyuki Hara†, Masato Okada‡

Kobe City Col.Tech., †Tokyo Metr.Col.Tech., ‡RIKEN BSI, PRESTO JST

精度の低いルールや学習機械を複数組み合わせることにより精度の高い予測や分類を行う方法は、アンサンブル学習と呼ばれ、注目されている。本発表では、符号関数を出力関数とする  $K$  個の非線形パーセプトロンをオンライン学習の枠組みで議論する。汎化能力の評価には教師 - 生徒の定式化を用いる。教師は単一のパーセプトロンである。生徒の出力は、 $K$  個のパーセプトロンによる多数決とする。

アンサンブル学習では生徒の各パーセプトロンの性質が異なっているときに、その能力が発揮される。そして、それは学習機械の結合荷重の初期化法に依存する。学習機械を初期化する方法としては、各要素がランダムで互いに独立なベクトルを用意し、それを学習機械の結合荷重の初期値とする方法が一般的である。この場合は、結合荷重の発展方程式の対称性から、すべての時刻での学習機械間の結合荷重の相関は一様になる。

アンサンブル学習の汎化誤差  $\epsilon_g$  は次式で表わすことができる。 $\Sigma$  は  $\mathbf{u} = (\{u_k\}, v)^T$  の共分散行列であり、 $R$  は教師と生徒の結合荷重のオーバーラップ、 $q$  は生徒同士の相関である。

$$\epsilon_g = \int \prod_{k=1}^K du_k dv P(\mathbf{u}) \Theta \left( -\text{sgn}(v) \sum_{k=1}^K \text{sgn}(u_k) \right), \quad (1)$$

$$P(\mathbf{u}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{K+1}{2}} |\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp \left( -\frac{\mathbf{u}^T \Sigma \mathbf{u}}{2} \right), \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_K \\ v \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & q & \dots & q & R \\ q & 1 & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & q & \vdots \\ q & \dots & q & 1 & R \\ R & \dots & \dots & R & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

次にヘブ学習、パーセプトロン学習、アダトロン学習における  $R$  と  $q$  を解析的に求め、それらの関係をプロットしたものを図1に示す。アダトロン学習は同じ  $R$  に対して最も  $q$  が小さい、つまり生徒間が異なっていることがわかる。図2には汎化誤差を示す。アダトロン学習の汎化誤差が比較的早い時点で最も小さくなっている。単一パーセプトロンの場合、アダトロン学習は学習初期の汎化誤差の収束性が遅いが、アンサンブル学習により改善されることがわかった。

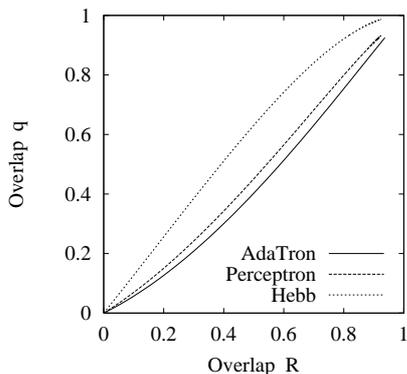


図1: 各学習則の  $R - q$  特性

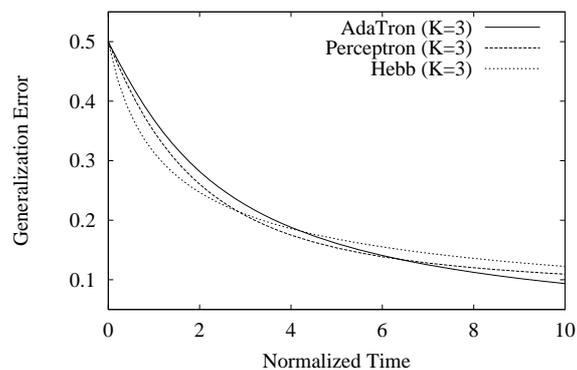


図2: 各学習則の汎化誤差 ( $K = 3$ )