4A202-29

# 領域ベースの隠れ変数によるカラー画像の修復と領域分割

◎海老原 亮 † 岡田 真人 ‡ 三好 誠司 ¶
† 関西大学大学院 理工学研究科
‡ 東京大学大学院 新領域創成科学研究科，理化学研究所 脳科学総合研究センター
¶ 関西大学 システム理工学部
E-mail: † k052996@kansai-u.ac.jp, ¶ miyoshi@kansai-u.ac.jp

*Abstract:*

2 次元画像から 3 次元画像を再構成することは画像工学と視覚脳科学の共通の目的のひとつであり, 画像の領域分割はこの再構成の手がかりとなる重要な, そして難しい問題である. 本稿では, 領域分割が画像の認識や理解のための単なる前処理ではないという観点に立ち, 領域ベースの隠れ変数を用いた結合マルコフ確率場に基づくベイズ推定によりカラー画像の修復と領域分割を行うアルゴリズムを導出する. このとき, 解析計算や数値計算が困難となるので近似解析手法の一種である変分推論法を用いる. ガウス雑音が重畳された人工画像を用いた実験により, 一枚の劣化画像だけから良好な修復と領域分割が行えることを示す.

## 1. はじめに

多数の確率変数とその変数間の無向性相互作用からなる系はマルコフ確率場（Markov Random Field:MRF）と呼ばれる. 二次元の格子状に規則正しく配置された各画素を確率変数と考えると、画像はまさしく MRF からのサンプルであると言うことができる [1]〜[4].

MRF に基づく画像処理においては，式 (1) のベイズの定理を用いるベイズ推定がよく用いられる [2]〜[4].
.

$$p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y}) = \frac{p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})p(\boldsymbol{x})}{p(\boldsymbol{y})} \tag{1}$$

例として, いま手元に劣化画像 $\boldsymbol{y}$ があり, これを使って原画像 $\boldsymbol{x}$ を推定する場合を考えてみる. 式 (1) の $p(\boldsymbol{x})$ は劣化画像 $\boldsymbol{y}$ を得る前に我々が原画像 $\boldsymbol{x}$ に関して持っている知識を表しており, 事前分布と呼ばれる. 一方, 条件付き分布 $p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$ は原画像 $\boldsymbol{x}$ が劣化して $\boldsymbol{y}$ になるプロセスを表しており, これを $\boldsymbol{x}$ の関数とみるときには尤度と呼ばれる. 左辺 $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{y})$ は劣化画像 $\boldsymbol{y}$ を得た後での原画像 $\boldsymbol{x}$ の分布なので事後分布と呼ばれる.

ベイズ推定においては事前分布を決める必要がある. 画像を対象とする場合にはどのような事前分布を考えればよいであろうか. 我々がふだん目にする画像というのは, そのほとんどのエリアにおいては隣接する画素の値はそれほど違わないと考えてよいであろう. その性質を表現するためにはたとえば隣接画素値の差が平均ゼロのガウス分布にしたがうというような事前分布を選んでやればよい.

ここで我々がよく目にする画像についてもう一度考えてみる. そうすると隣接画素値がそれほど違わないという性質に加えて, 物体の遮蔽などがある場所では画素値が急激に変化するという性質も併せ持っていることに気がつく. 画像のベイズ推定に用いる事前分布としてはこれらをうまく表現できるものを選ぶことがより望ましい. すなわち, ほとんどのエリアでは隣接画素値は近い値をとるが, 画素値が急激に変化する部分も存在する, という性質を表現できる事前分布を用いることが望ましい. 先に述べた素朴なガウス分布ではエッジの表現が困難である. なぜなら, 平均ゼロのガウス分布において隣接画素値の大きな差は非常に小さい確率になってしまうからである.

このような性質を事前分布に持たせるためには隠れ変数を導入することが有効である [2]. 画像処理においてエッジを表現するための隠れ変数には境界ベース [5] と領域ベース [6],[7] の二つがある. 境界ベースは図 1 のように画素と画素の間 (境界) に, そこがエッジがあるかどうかを表

す隠れ変数を置いてゆく方法であり, ラインプロセスとも呼ばれる. これに対して領域ベースは図2のように各画素がどの領域に属するかを示す隠れ変数を画素ごとに貼り付けてゆく方法であり, ラベルプロセスとも呼ばれる. いずれにせよ, 画素値を必要とする MRF に加えて, 隠れ変数を必要とするもうひとつの MRF を導入するのである. もちろんこれら二つの MRF は互いに結びついているのでこのようなモデルは結合 MRF と呼ばれる [1].

我々がよく目にする画像を表すための隠れ変数として用いることを考える場合, 境界ベースと領域ベースにはそれぞれ 一長一短がある. 境界ベースの場合, 境界線がなるべく途切れず, 境界線が多くなりすぎず, 境界線の交叉はあまり起こらない $\cdots$ というように多くの拘束条件が必要である [5]. これに対して領域ベースの場合も, 局所解に陥りやすいという大きな欠点があるのだが, 境界が自然に閉じたループになるなど好ましい性質も多く持つ [7]. 我々は領域ベースに注目しており, 本稿でもこれを扱う.

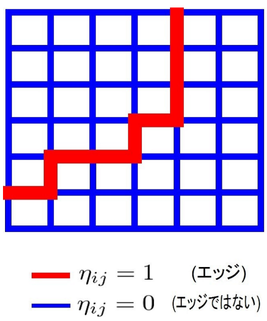


図 1　境界ベースの隠れ変数

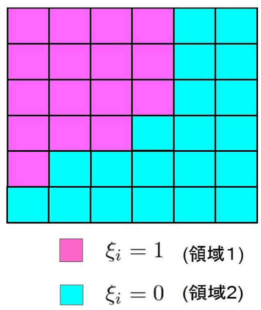


図 2　領域ベースの隠れ変数

画像をある一定の特徴を持つ小領域に分割する問題は領域分割 (セグメンテーション) と呼ばれる [3]. 領域分割は画像に含まれている対象物を抽出する手法であると言うことも可能で, その後の画像の認識や理解のための第一次画像処理として重要である. また, 網膜という二次元センサーの信号から三次元の現実世界を再構成するための第一歩でもあることから視覚の計算論の基礎としても重要である.

ところで, 我々が入手する画像情報は大なり小なりノイズの影響を受けていると考えられるが, ノイズの重畳した一枚の観測画像を用いて画像修復と領域分割を行う場合, 画像修復の精度が高くなれば画像修復は容易になってその精度が上がる. また, 逆に, 領域分割の精度が高くなれば画像修復は容易になってその精度が上がる. このように画像修復と領域分割という二つの作業は互いに密接に関係している [12]. 本稿ではこの二つの作業の両方を扱う.

すでに述べたように事前分布に隠れ変数を導入することにより我々が普段目にする画像を自然な形で表現することができるようになる. しかし, それと引き換えに式 (1) の事後分布の計算が困難となる. そのため, 事後分布での原画像の期待値計算も解析的に実行できなくなり, 隠れ変数の組み合わせが画素数の指数オーダー存在するので数値的な実行も困難となる. そのために何らかの近似計算法が必要となる. 本稿ではモンテカルロ法や確率伝播法と並ぶ代表的な近似計算法のひとつである変分推論法を用いる場合を扱う [2]. すなわち, 結合 MRF に基づき領域ベースの隠れ変数と変分推論法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出する. グレー画像を対象とした場合についてはこれらの手法を適用した結果がすでに報告されている [12]. 本稿ではカラー画像 [8]~[10] を対象とした場合について述べる.

## 2. 変分推論のアルゴリズム

以下では, 結合 MRF に基づき領域ベースの隠れ変数と変分推論法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出する. 原画像を $\boldsymbol{x}=\{\boldsymbol{x}^c\}$, $c=1,2,3$, $\boldsymbol{x}^c=\{x_i^c\}$ とし, 観測画像を $\boldsymbol{y}=\{\boldsymbol{y}^c\}$, $c=1,2,3$, $\boldsymbol{y}^c=\{y_i^c\}$ と書く. ここで $\boldsymbol{x}^1,\boldsymbol{x}^2,\boldsymbol{x}^3$ はそれぞれ原画像の R,G,B 成分, $\boldsymbol{y}^1,\boldsymbol{y}^2,\boldsymbol{y}^3$ はそれぞれ観測画像の R,G,B 成分を表す. また, $i=1,\ldots,N$ であり $N$ は画素数である. 境界ベースの場合には隠れ変数は画素と画素の間に置かれ, そこがエッジがあるかないかを表すので二値変数でよいが, 領域ベースの場合は隠れ変数は画素ごとに張られるラベルであるから多値変数である必要がある. 本稿では隠れ変数はいわゆる 1 対 $K$ 法 (1-of-$K$ scheme)[2] による表現を用いたポッツスピンであるとする. すなわち, 本稿では各ポッツスピンは $K$ 次元ベクトル $\boldsymbol{\Xi}=\{\boldsymbol{\xi}_i\}, i=1,\ldots,N$ であり,

$$\boldsymbol{\xi}_i\in\{(1,0,\ldots,0)^T,(0,1,\ldots,0)^T,\cdots,(0,0,\ldots,1)^T\} \tag{2}$$

とする.

画像領域分割と画像修復の問題は, 一枚の劣化画像 $\boldsymbol{y}$ が与えられたときに隠れ変数 $\Xi$ と原画像 $\boldsymbol{x}$ を推定することである. すなわち事後分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})$ を求めたいわけであるが, これを直接求めるためには隠れ変数 $\Xi$ の種類は画素数 $N$ の指数オーダーあるので通常は困難である. そこで変分推論法を用いた近似計算 [1],[2] を行う.

変分推論法では事後分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})$ の代理として試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ を導入する. この試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ に関して,

$$\mathcal{L}(q(\boldsymbol{x}, \Xi)) = \sum_{\Xi} \int dx q(\boldsymbol{x}, \Xi) \ln \frac{p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}, \Xi)}{q(\boldsymbol{x}, \Xi)} \tag{3}$$

と定義する. また, 試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ と事後分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})$ のカルバック・ライブラー・ダイバージェンスは式 (4) のように書ける.

$$\mathrm{KL}(q(\boldsymbol{x}, \Xi) \parallel p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})) = \sum_{\Xi} \int dx q(\boldsymbol{x}, \Xi) \ln \frac{q(\boldsymbol{x}, \Xi)}{p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})} \tag{4}$$

一般に

$$\ln p(\boldsymbol{y}) = \mathcal{L}(q(\boldsymbol{x}, \Xi)) + \mathrm{KL}(q(\boldsymbol{x}, \Xi) \| p(\boldsymbol{x}, \Xi | \boldsymbol{y})) \tag{5}$$

が成り立つ. 式 (5) の左辺が $\boldsymbol{x}, \Xi$ に関して定数であることに注意すると, カルバック・ライブラー・ダイバージェンスが最小であるという意味で事後分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi \mid \boldsymbol{y})$ にもっとも近い試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ を求めるためには,$\mathcal{L}(q(\boldsymbol{x}, \Xi))$ を最大化するような $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ を見つければ良いことがわかる.

ここで, 試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ のクラスを制限するための方法として,

$$q(\boldsymbol{x}, \Xi) = \prod_{c=1}^{3} q^c(\boldsymbol{x}^c) \prod_{i=1}^{N} q_i(\boldsymbol{\xi}_i) \tag{6}$$

という因子化仮定を用いる. この因子化仮定を満たす試験分布 $q(\boldsymbol{x}, \Xi)$ の中で $\mathcal{L}(q(\boldsymbol{x}, \Xi))$ を最大化する分布を求めることにする. 式 (6) を式 (3) に代入し因子のひとつ $q_i(\boldsymbol{\xi}_i)$ に関する依存性を取り出して計算を進めると,$\mathcal{L}(q(\boldsymbol{x}, \Xi))$ を最大にする試験分布 $q_i^*(\boldsymbol{\xi}_i)$ は

$$\ln q_i(\boldsymbol{\xi}_i) = \langle \ln p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}, \Xi) \rangle_{\Xi_{\backslash i}, \boldsymbol{x}} + \mathrm{const} \tag{7}$$

と求まる.

いま, 式 (2) を考慮してエネルギー関数を

$$E(\boldsymbol{x}, \Xi) = \sum_{l \sim m} (\boldsymbol{\xi}_l \cdot \boldsymbol{\xi}_m \sum_{c=1}^{3} (x_l^c - x_m^c)^2 + (1 - \boldsymbol{\xi}_l \cdot \boldsymbol{\xi}_m) \lambda) \tag{8}$$

とおく. ここで $\sum_{l \sim m}$ は隣接画素対すべてに関する和を表す. すなわち, 画像中の隣接する画素 $l$ と $m$ の隠れ変数が等しい場合は隣接する画素の差が加えられ, 隠れ変数が異なる場合は定数 $\lambda$ が加えられるようにする.

同時事前分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi)$ にボルツマン分布

$$p(\boldsymbol{x}, \Xi) = \frac{1}{Z_1} \exp\left(-\frac{\rho}{2} E(\boldsymbol{x}, \Xi)\right) \tag{9}$$

を仮定する. ここで $Z_1$ は正規化定数,$\rho (> 0)$ は逆温度に対応するハイパーパラメータである.

観測画像 $\boldsymbol{y}$ は原画像 $\boldsymbol{x}$ の各画素の R,G,B 値に平均 0, 分散 $\beta^{-1}$ のガウスノイズが独立に重畳する場合を考える. すなわち尤度は

$$p(\boldsymbol{y} \mid \boldsymbol{x}) = \frac{1}{Z_2} \exp\left(-\frac{\beta}{2} \sum_{i=1}^{N} \sum_{c=1}^{3} (y_i^c - x_i^c)^2\right) \tag{10}$$

となる. ここで $Z_2$ は正規化定数,$\beta (> 0)$ はノイズの逆分散であり, 観測の信頼度を表すハイパーパラメータである.

以上より, 同時事前分布 $p(\boldsymbol{x}, \Xi)$ は

$$p(\boldsymbol{x}, \Xi) \propto \mathrm{Ber}(\{\boldsymbol{\xi}_l \cdot \boldsymbol{\xi}_m\} \mid \nu) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^1 \mid 0, (\rho \boldsymbol{A}_K)^{-1}) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^2 \mid 0, (\rho \boldsymbol{A}_K)^{-1}) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^3 \mid 0, (\rho \boldsymbol{A}_K)^{-1}) \tag{11}$$

と求めることができ, 同時分布 $p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}, \Xi)$ は

$$p(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x}, \Xi) = \mathcal{N}(\boldsymbol{y}^1 \mid \boldsymbol{x}^1, \beta^{-1} \boldsymbol{I}) \mathcal{N}(\boldsymbol{y}^2 \mid \boldsymbol{x}^2, \beta^{-1} \boldsymbol{I}) \mathcal{N}(\boldsymbol{y}^3 \mid \boldsymbol{x}^3, \beta^{-1} \boldsymbol{I}) \mathrm{Ber}(\{\boldsymbol{\xi}_l \cdot \boldsymbol{\xi}_m\} \mid \nu) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^1 \mid \boldsymbol{0}, (\rho \boldsymbol{A}_\Xi)^{-1}) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^2 \mid \boldsymbol{0}, (\rho \boldsymbol{A}_\Xi)^{-1}) \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^3 \mid \boldsymbol{0}, (\rho \boldsymbol{A}_\Xi)^{-1}) \tag{12}$$

と書き直すことができる．ここで $\mathrm{Ber}(\cdot \mid \nu)$ は平均 $\nu$ のベルヌーイ分布であり，

$$\nu = \left(1 + \exp\left(-\frac{\lambda\rho}{2}\right)\right)^{-1} \tag{13}$$

である．また,$\mathcal{N}(\boldsymbol{x}|\mathbf{0},(\rho\boldsymbol{A}_{\Xi})^{-1})$ は平均 $\mathbf{0}$, 共分散行列 $(\rho\boldsymbol{A}_{\Xi})^{-1}$ のガウス分布であり,$\boldsymbol{A}_{\Xi}$ の要素は

$$\boldsymbol{A}_{ij} = \begin{cases} \sum_{j\in\mathcal{N}(i)} \boldsymbol{\xi}_i \cdot \boldsymbol{\xi}_j & (i = j) \\ \boldsymbol{\xi}_i \cdot \boldsymbol{\xi}_j & (i \sim j) \\ 0 & (\mathrm{otherwise}) \end{cases} \tag{14}$$

である．ここで,$\mathcal{N}(i)$ は画素 $i$ に隣接する画素の集合を表す．

式 (12) を用いて式 (7) の計算を実行すると最終的に得られるポッツスピンの平均値に関する方程式が以下のように得られる．

$$\langle\xi_{ik}\rangle = \frac{\exp\left(\sum_{j\in\mathcal{N}(i)} \frac{\rho}{2}\langle\xi_{jk}\rangle(\lambda - \sum_{c=1}^{3}\langle(x_i^c - x_j^c)^2\rangle)\right)}{\sum_{k=1}^{K}\exp\left(\sum_{j\in\mathcal{N}(i)} \frac{\rho}{2}\langle\xi_{jk}\rangle(\lambda - \sum_{c=1}^{3}\langle(x_i^c - x_j^c)^2\rangle)\right)} \tag{15}$$

式 (15) を反復法で解くことにより, ポッツスピンの平均値が得られる．

次に原画像 $\boldsymbol{x}$ の分布と平均値を求める．式 (7) と式 (12) より最適試験分布 $q^*(\boldsymbol{x})$ は

$$q^{c*}(\boldsymbol{x}^c) = \mathcal{N}(\boldsymbol{x}^c|\boldsymbol{\mu}^c, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (c = 1, 2, 3) \tag{16}$$

と求めることができる．ここで

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\rho\langle\boldsymbol{A}_{\Xi}\rangle + \beta\boldsymbol{I})^{-1} \tag{17}$$

$$\mu^c = \beta\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{y}^c \tag{18}$$

である．

ポッツスピンの平均値の式 (15) と原画像 $\boldsymbol{x}$ に関する分布の式 (16) は互いに依存しているため, 反復法を用いて数値的に解く．

## 3. 結果

本稿ではノイズを重畳した画像に対するふるまいを調べることを目的として, 図 3 の三色の人工画像を原画像として実験を行う．図 4 は原画像の R,G,B の各成分に平均 0, 分散 0.001 のガウスノイズを重畳することにより作成した観測画像である．この観測画像に対して 3 値のポッツスピンで領域分割を行った結果を図 6〜8 に示す．この実験ではハイパーパラメータを $\beta = 50$,$\rho = 130$,$\lambda = 0.02$ とした．これらの画像は式 (15) と式 (16) を反復法によって得られたポッツスピン各要素の平均値を表している．白い部分はその画素に対応するポッツスピンの要素の平均値が 1 であることを表しており, 黒い部分は 0 であることを表している．図 6〜図 8 より, 今回提案する方法で良好な領域分割が行えていることがわかる．

また、原画像 $\boldsymbol{x}$ の推定結果を図 5 に示す．この結果から原画像 $\boldsymbol{x}$ がエッジを含めて良好に修復されていることがわかる．図 9〜図 11 に観測画像のヒストグラムを示す．このヒストグラムを見ると, 閾値によって画素値を分割することにより, 領域分割を行うことも可能である．そこで, ヒストグラムがオーバーラップしている場合についても実験を行った．結果を図 12〜図 19 に示す．

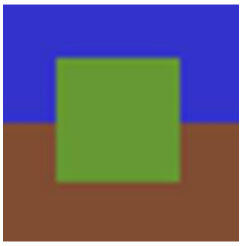

図 3　原画像

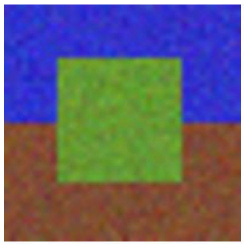

図 4　観測画像

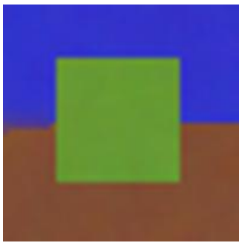

図 5　修復画像

図 6　$\langle\boldsymbol{\xi}_{i1}\rangle$

図 7　$\langle\boldsymbol{\xi}_{i2}\rangle$

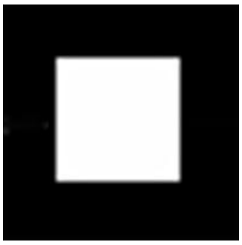

図 8　$\langle \xi_{i3} \rangle$

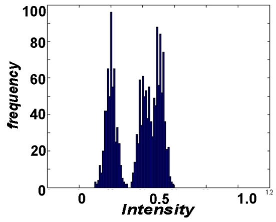


図 9　ヒストグラム (R)

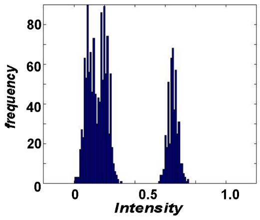


図 10　ヒストグラム (G)

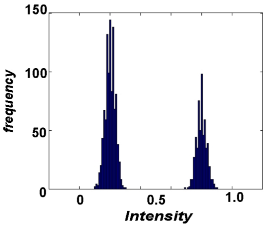


図 11　ヒストグラム (B)

図 12 は図 3 の原画像の R,G,B 各成分に平均 0, 分散 0.01 のノイズを重畳することにより生成した観測画像である. この観測画像に対して 3 値のポッツスピンで領域分割を行った結果を図 14〜図 16 に示す. ハイパーパラメータは $\beta = 500, \rho = 400, \lambda = 0.085$ とした.

図 17〜図 19 にこの画像のヒストグラムを示す. 図 9〜図 11 の場合よりも三つの領域の画素値は大きくオーバーラップしており, 閾値だけでは領域分割を行うことは無理であることがわかる. この場合でも図 14〜図 16 から比較的良好な分割が行えており, 今回提案するアルゴリズムが頑健な性能を有していることがわかる. しかし, 図 14〜図 16 をよく見ると, 雑音の影響で正しい分割が得られていない部分も存在する.

また, 図 13 の修復結果も図 12 の観測画像に比べて、エッジも含めて良好に修復されていることがわかる.

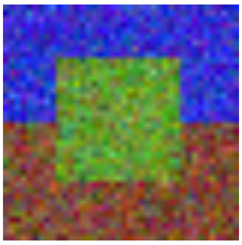

図 12　観測画像

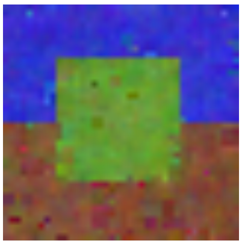

図 13　修復画像

図 14　$\langle \xi_{i1} \rangle$

図 15　$\langle \xi_{i2} \rangle$

図 16　$\langle \xi_{i3} \rangle$

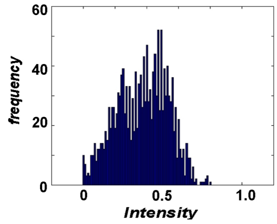


図 17　ヒストグラム (R)

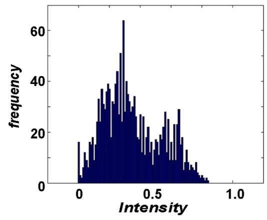


図 18　ヒストグラム (G)

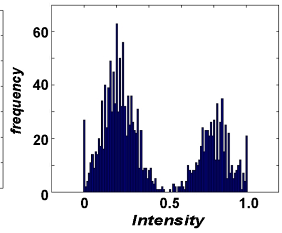


図 19　ヒストグラム (B)

## 4. まとめ

本稿では, 領域ベースの隠れ変数を用いた結合マルコフ確率場に基づくベイズ推定によりカラー画像の修復と領域分割を行うアルゴリズムを導出した. このとき, 解析計算や数値計算が困難となるので近似解析手法の一種である変分推論法を用いた. ガウス雑音が重畳された人工画像を用いた実験により, 一枚の劣化画像だけから良好な修復と領域分割が行えることを示した.

## 参考文献

[1] Stan Z. Li, Markov Random Field Modeling in Image Analysis (Third Edition), Springer,2009.

[2] C. M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning. Springer.2006.

[3] 田中 和之, 確率モデルによる画像処理技術入門. 森北出版, 2006.

[4] K. Tanaka “Statistical-mechanical approach to image processing”, J. Phys.A:

Math. Gen., **35**, R81–R150 2002.

[5] S. Geman and D. Geman, " Stochastic relaxation, Gibbs distributions,and the Bayesian restoration of images ", IEEE trans. PAMI, vol.6, no,6, pp.721-741, 1984

[6] D. Geman and S. Geman, C. Graffigne and P.dong, " Boundary detection by constrained optimization ", IEEE trans. PAMI, vol.12, no.7, pp.609-628, 1990.

[7] 岡田 真人, 鍋谷 賢治, 吉岡 利福, 川人 光男, " 位相を隠れ変数として持つ領域ベース結合 MRF モデル ", 信学技報, NC98-184, 1999.

[8] 大田 登, 色彩工学, 東京電機大学出版局,2003

[9] 南 敏, 中村 納, 画像工学, コロナ社,2001

[10] H. D. heng, X. H. Jiang, Y. Sun, J Wang, " Color image segmentation: advances and prospects ", Pattern Recognition, 34, pp.2259-2281,2001

[11] A Kanemura, S. Maeda and S. I shii, " Super-resolution with compound Marcov random fields via the variational EM algorithm, " Neural Networks, Vol.22, No.7, pp.1025-1034, 2009.

[12] 三好 誠司, 岡田 真人, " 領域ベースの潜在変数を用いた画像の修復と領域分割 ", MIRU2010, IS3-6, 2010