

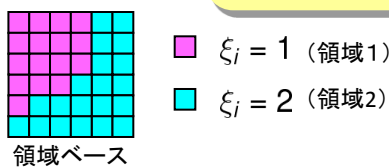
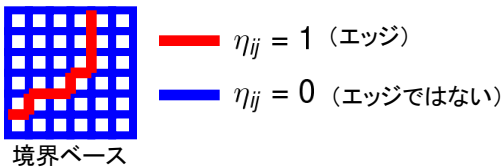
結論 領域ベースの潜在変数を用いる結合MRFモデルに基づき、確率伝搬法的一种であるビリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出した。このアルゴリズムは、ハイパーパラメータ推定やラベルの数に関するモデル選択も自動で行う。人工画像や自然画像を用いた実験により、一枚の劣化画像だけから良好な修復と領域分割を行う潜在能力を有することを示した。

背景

- ◆マルコフ確率場(MRF)に基づく画像処理においてはベイズ推定がよく用いられる
- ◆事前分布として素朴な滑らかさ制約をおくとエッジの表現が難しい
- ◆潜在変数の導入が有効

$$\rho(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{\rho(\mathbf{y}|\mathbf{x})\rho(\mathbf{x})}{\rho(\mathbf{y})}$$

尤度 事前分布
事後分布
ベイズの定理



目的

- ◆領域ベースの潜在変数を用いた結合MRFに基づき、ビリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出
- ◆変分推論法のみを用いた場合に比べ近似を緩和
- ◆ハイパーパラメータ推定(画像のスムーズネスや雑音の分散を自動推定)
- ◆モデル選択(ラベル数の自動推定)

手法

1. 原画像 \mathbf{x} とラベル $\Xi = \{\xi_i\}$ に関する事前分布

$$\rho(\mathbf{x}, \Xi|\rho) = \frac{1}{Z_1} \exp(-\rho E(\mathbf{x}, \Xi))$$

ボルツマン分布

$$E(\mathbf{x}, \Xi) = \frac{1}{2} \sum_{l \sim m} (\xi_l \cdot \xi_m (x_l - x_m)^2 + (1 - \xi_l \cdot \xi_m) \lambda)$$

隣接する画素値が同じラベルのときは画素値がそれほど違わない。異なるラベルのときは画素値が大きく違ってよい

$$\xi_i \in \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

K個のK次元ベクトル
1-of-K表現のポツツスピン

2. 尤度
 $\rho(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \beta) = \frac{1}{Z_2} \exp\left(-\frac{\beta}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|^2\right)$ 逆分散 β のガウス雑音が重量

3. 事後分布 $\rho(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta | \mathbf{y})$ の代理として試験分布を導入

変分推論法 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) = q(\mathbf{x}) \prod_i q_i(\xi_i) q(\rho) q(\beta)$ 画素ごとに分解

提案手法 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) = q(\mathbf{x}) q(\Xi) q(\rho) q(\beta)$ 画素ごとに分解しない

4. KL距離最小という意味で事後分布に最も近い試験分布を変分法で導出

$$KL = \sum_{\Xi} \int d\mathbf{x} d\rho d\beta q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \ln \frac{q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)}{\rho(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta | \mathbf{y})}$$

q と ρ のKL距離

$$\mathcal{F} = \sum_{\Xi} \int d\mathbf{x} d\rho d\beta q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \ln \frac{q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)}{\rho(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)}$$

変分自由エネルギー

$$\ln \rho(\mathbf{y}) + \mathcal{F} = KL$$

$\ln \rho(\mathbf{y})$ は定数なので \mathcal{F} を最小にすればよい

5. 最終的に得られた結果を反復法で数值的に解く

$$\hat{\mathcal{M}}_{c_i}^{n+1}(\xi_i) = \prod_{v \in M(i) \setminus c} \hat{\mathcal{M}}_{c_v}^n(\xi_i)$$

$$\hat{\mathcal{M}}_{c_i}^{n+1}(\xi_i) = \sum_{\Xi \setminus \xi_i} \exp[\phi_c(\mathbf{x}_c, \Xi_c, \rho)] \prod_{j \in L(c) \setminus i} \hat{\mathcal{M}}_{c_j}^n(\xi_j)$$

反復計算

$$q(\xi_i) = \frac{\prod_{c \in M(i)} \hat{\mathcal{M}}_{c_i}^n(\xi_i)}{\sum_{\xi_i} \prod_{c \in M(i)} \hat{\mathcal{M}}_{c_i}^n(\xi_i)}$$

$$\langle \xi_i \cdot \xi_j \rangle = \frac{\sum_k \prod_{c \in M(i) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c_i}^n(\xi_{ik}) \prod_{c' \in M(j) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c'_j}^n(\xi_{jk'}) a_{ij}}{\sum_k \sum_{k'} \prod_{c \in M(i) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c_i}^n(\xi_{ik}) \prod_{c' \in M(j) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c'_j}^n(\xi_{jk'}) a_{ij}}$$

ビリーフプロパゲーション

$$q^*(\mathbf{x}) = \text{Gauss}(\mathbf{x} | \mu, \Sigma)$$

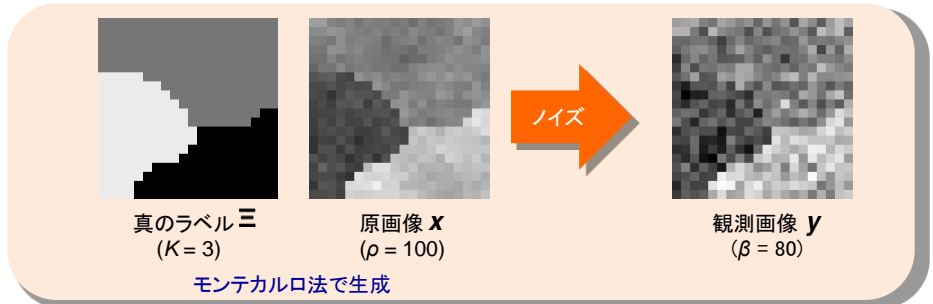
$$q^*(\rho) = \text{Gamma}(\rho | a_\rho, b_\rho)$$

$$q^*(\beta) = \text{Gamma}(\beta | a_\beta, b_\beta)$$

変分推論法

結果と考察

1. 人工画像の場合

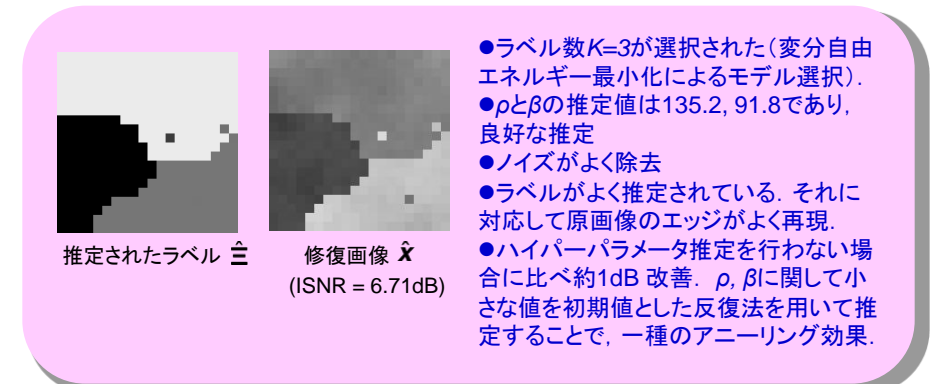


- ◆ハイパーパラメータ推定なし



提案手法の方が0.72dB改善!

- ◆ハイパーパラメータ推定あり



2. 自然画像の場合



- エッジがよく再現
- ノイズがよく除去