最初の幾何学者はいかにして恣意性の鉛筆を折ることができたか？[1]

稲岡大志

0

本稿の筆者はフッサールや現象学の専門家ではないため、『数学の現象学』(鈴木[2013]：以下「本書」と表記) のテキスト解釈の妥当性やフッサール研究としての意義については判断することはできない。しかし、数学の哲学を専門とする者として、本書で鈴木が提示する「フッサールの数学論」ないし「数学の現象学」についていくつかの疑問を立ててみたいと思う。筆者の疑問を端的に述べれば、フッサール数学論はフレーゲの「恣意性の鉛筆」問題から逃れることができなかったのではないか、というものである。以下ではこの点について、主に、数学的対象の把握としての抽象、確定的多様体、発生的現象学による幾何学的対象の発生の分析という三つの主題に関して述べたいと思う。

1　数学的概念の把握としての抽象

経験可能な具体的対象から抽象的対象を獲得する手続きを整合的に説明するためには、知的直観といった知覚とは異なる仕方の認識方法を示す概念に訴える必要がある。なぜなら、知覚によって得られた具体的対象に含まれる諸性質のうち、抽象的対象を得るために必要な性質群を選択することは知覚以外の方法による他ないからである。しかし、通常の知覚による認識能力の範疇を逸脱すると思われるこうし

1. 本稿は 2014 年 8 月 7 日に東海大学高輪キャンパスにて開催された「フッサール研究会特別企画　鈴木俊洋『数学の現象学』合評会」において筆者が提題者として発表した原稿に基づいている。合評会の企画・運営に携わられた秋葉剛史、植村玄輝、村田憲郎の各氏、草稿段階で有益な助言をくださった早坂真一氏、当日の議論に丁寧に応じてくださった鈴木俊洋氏、質疑に参加された方々に感謝します。また、本稿は JSPS 科研費 24720013 の助成を受けています。

た認識方法を人間に認めることは難しいだろう。本書でも、具体的対象としての一本の鉛筆から、ある者は「基数 1」を抽象し、別の者は黒鉛と木を分けて考えることで「基数 2」を抽象するというように、対象からの抽象が一意に定まらないという「恣意性の鉛筆」の問題を、フレーゲが意識していたことが指摘されている (39 : 以下本書からの引用はページ数のみ記す)。その上で、フレーゲの恣意性の鉛筆問題の要点は「抽象」という過程のあいまいさにあるとされる (40)[2]。しかし、筆者にはその理解は問題の要点を取り逃がしているように思われる。むしろ、抽象による数学的対象の獲得の問題とは、その過程があいまいのままであるという点自体ではなく、仮に明確化されたとしても、意図された対象を獲得することを保証できないという点にある。すなわち、具体的対象としての鉛筆から、意図された抽象的対象である「基数 1」を得ることを保証するためには、何かしらの仕方で抽象に先立って「基数 1」を得ておかなければならないが、抽象という作用自体にはそうした手続きは含まれないのである。

こうした困難は、ある概念の獲得過程を精密に叙述してもそれが規範性を有することは保証されないという、より一般的な問題の一事例として理解できる。経験主義の哲学にもあてはまるものであるし、現代でも、たとえば、カントやフッサールを参照しつつ、ヒルベルト的直観概念を練り上げ、初等算術の定理が数学的直観によって得られることを示そうと試みるパーソンズの議論にも妥当する。すなわち、ヒルベルトの棒記号を直観することで自然数概念が得られるとしても、棒記号の配列具合によっては、得られる自然数概念が一意に決まらないという問題が生じるのである (Parsons [2008 pp.162–3])。

確かに、本書では、恣意性の鉛筆問題は抽象の過程のあいまいさにあるという診断はあくまでも論理主義のプログラムの遂行を試みるフレーゲにとってのものであり、フッサールの立場とは直接の関連を持たないと指摘されている (46–7)。しかし、上のように捉え直した恣意性の鉛筆問題はフッサール数学論にとっても重要な問題であると筆者は考える。以下、本書の議論を簡潔に概観した上で、疑問点を提示したい[3]。

2. 「恣意性の鉛筆」という語句それ自体はフレーゲの著作には登場しない。カントールの抽象概念に対するフレーゲの批判を特徴づける際にドーベンが「任意の基数の鉛筆 (pencil of arbitrary cardinality)」(Dauben [1979 p.222]) というフレーズを用いているが、本書はこれをアレンジして取り入れている。

3. 合評会において筆者が提示した疑問には鈴木氏より応答を得ている。それらのうちには筆者を納得させたものもあればそうではないものもある。とりわけ、本稿の主要な批判点であり、「恣意性の鉛筆」問題として集約される数学的実践の記述の正当化の問題に関しては、鈴木氏は、本書における意図は「既に数学者によってなされている数学的実践を記述すること」それ自体にあり、その記述の妥当性に関しては考察対象にはないと断言している。率直に言えば、こうした応答は筆者にとっては残念なものであった。なぜなら、記述の正当化という、おそらくはフッサール自身も意識していたと思われる論点を考察から外してしまうことで、本書

第一部「ヴァイアーシュトラス・プログラムからの課題――フッサール現象学創設前史」では本書で議論されるフッサール数学論の歴史的背景が扱われる。フッサールの数学上の師であるヴァイアーシュトラスは、解析学を、自然数概念と自然数領域での演算の理論から論理的推論のみによって展開させる解析学の算術化を提唱する。このヴァイアーシュトラス・プログラムからフッサール自身は哲学の課題として、自然数、実数といった数学的対象や数学的概念の把握の問題、具体的事物から自然数を獲得する際の抽象の問題といった論点を受け取る。本書はこれらの問題に対するフッサールの解答を再構成する試みである。

第二部「フッサールの現象学創設の過程」では主に抽象の問題が議論されている。数領域の拡張に伴い、心理学的に正当な起源を持つ本来的表象から非本来的表象としての記号的表象へと強調点がシフトする『算術の哲学』後半に始まり (第 4 章)、『集合の理論』草稿での集合のあり方としての論理学的内容の重視と、心理学的内容によるその記述の洗練がなされた上で (第 5 章)、『論理学研究』において論理学的世界と心理学的世界の対立と統一という目標で現象学的分析が遂行され、「基づけ」関係や独立的部分と非独立的部分といった概念が導入され、抽象とは非独立的部分を全体から取り出して対象として把握すること、というフッサールの見解が提示される (第 6 章)。さらにはそれまでの分析では宙吊りのままにされた「対象である」ことの探求が進められ、『物と空間』『イデーン I』における現象学的対象観が整理される。そこでは、対象とは志向的体験の中で意識に直接与えられるものを統一する結束点としての志向的対象であると規定される (126)。近位項による遠位項の統一的把握という、外的知覚に限定されない志向的対象の把握の図式が提示され、これは階層構造を持つことが確認される (第 7 章)。以上の議論を受け、数学的概念の直観的把握とは、それを対象として把握すること、すなわち、志向性という統一化構造によって数学的概念を把握することというフッサールの (とりあえずの) 到達点が提示され、ヴァイアーシュトラスの課題にも応じることができたことが確認される (第 8 章)。残された地平性と排中律適用の問題は第三部にて議論されることになる。

第三部では、ヴァイアーシュトラスの問題に対して一定の解答を提示するフッサールがヒルベルト・プログラムにはどう答えるのかが主題となる。対象成立を仮定した上でのそれまでの静態的現象学が、『経験と判断』において、対象成立の過程も含む発生的現象学として展開される (第 10 章)。第二部で提示された数学的概念の把握図式も洗練され、近位項の把握による遠位項の「構成」という側面が強調され、さらにこの構成は、外的知覚のような遠位項が一意に定まる受動的総合と、数学的

が提示された「フッサールの数学論」が持ちうるであろう数学の哲学としての意義を低く見積もらざるをえないからである。もちろん、本稿で提示する疑問点の妥当性や本書の意義に関する判断は、双方を読まれた読者に委ねられるべきである。

対象のように一意には定まらない能動的総合に分類される。その上で、発生的現象学によるヒルベルト的形式主義の哲学的基礎づけや (第 11 章)、ブラウアーの排中律批判について論じられ、主観的数学世界が間主観性を得て客観的数学世界と発展することがデデキント切断を事例として解明される (第 12 章)[4]。

第二部で提示されるフッサールによる数学的概念の対象としての把握の解明においてポイントの一つとなるのは、近位項による遠位項の統一的把握という説明が、外的知覚に限定されず、抽象的対象である数学的対象にも妥当するという点であろう(以降、本稿では「近位項による遠位項の統一的把握」を省略して「遠近法テーゼ」と呼ぶ)。さらに、第三部では、遠位項の構成という点から外的知覚と数学的対象の違いも指摘される。確かに、遠近法テーゼは抽象的対象や無限集合の認識の説明として有効であるように思われる。近位項による遠位項の統一的把握という図式をフッサールは数学的対象の認識だけではなく対象一般の認識として提示したという本書の解釈は、数学の哲学の現状を見ても、妥当なものであろう。数学の哲学は、時空間的広がりを持たないが主観的表象でもないという数学的対象の特殊性を通常の事物の認識とは独立の図式で説明するのではなく、両者を包括的に説明する枠組みを提示するべきであること、言い換えるならば、数学的対象の認識の自然化と呼んでよいであろう方向を目指すべきであること、こうしたゆるやかな規範性が現在の研究状況に見られると考えてよいだろう[5]。しかし、筆者はいくつかの疑問も持つので、以下で提示したい。

(1)　第 7 章では遠位項と近位項の不可分離性が強調される。第 10 章では構成という観点から両者の結びつきがさらに分類される。では、「外的知覚の対象と数学的対象の違い」それ自体は何に由来するのだろうか。それを近位項の統一のあり方の違いに求めてしまうと、説明が循環してしまうのではないか。たとえば、ある主観が近位項としての「この三角形」「あの三角形」を把握し、遠位項としての「三角形一般」を構成した場合、それは能動的総合であるとされる。しかし、具体的対象を近位項として把握して遠位項を構成する際、具体的対象を構成することも抽象的対象を構

4. 本書における形式主義や直観主義の理解の問題点については、合評会の提題に基いて書かれた秋吉 [2015] が詳細に検討している。

5. 実際、従来顧みられることの少なかった論点が近年重要視されている。たとえば、証明において用いられるべき記号としてはみなされていなかった幾何図形が数学的信念を形成する正当な媒体であることをさまざまな事例とともに論証することを試みる研究や、ユークリッド『原論』における図形を用いた推論を形式化する研究が登場している (Giaquinto [2007] など。サーベイとしては稲岡 [2014] を参照)。証明論研究者のアヴィガドは、認知科学が進展した現在こそフッサールが『算術の哲学』で構想した心理主義的研究が可能となると捉えている (Avigad [2009])。

成することも、原理的には可能であるように思われる。たとえば、建物の壁を知覚し、そこから幾何学的対象としての抽象的図形を構成することも、建物自体を構成することもできるだろう。そしておそらく同一の近位項(ないし近位項の集合)からあり方を異にする複数の構成がなされることに不整合はない。しかし、それでは外的知覚の対象と数学的対象の違いを構成ないし総合の仕方の違いに求めることの眼目が失われてしまうのではないか。数学的世界が生活世界の一部であるとするなら、すべての対象が主観による志向的作用によって構成される以上、能動的総合としての構成と受動的総合としての構成の違いがどこに存するのかという問いに、被構成項としての遠位項を参照せずに答えなくてはならないという、恣意性の鉛筆問題と同種の問題が生じるように思われる。既に起きた対象構成について、本書のような説明を与えること自体は可能であるとしても[6]、同じ近位項から、ある主観は能動的総合により数学的対象を構成し、ある主観は受動的総合により外的知覚対象を構成する、その構成方法の違いはどこに存するのか、明らかにする必要があるのではないだろうか。本書の主張は、「実際に数学研究を遂行する数学者の数学的実践の主潮流の要求に沿う形で数学論を展開させ、その中で現象学的方法論を生み出し、そのような過程で生み出された方法論は、数学の主潮流に哲学的基盤を与える」(13) というものである。第三部での分析では数学的世界と生活世界の連続性が強調されるが、この連続性が遠近法テーゼによって担保されるものであるならば、二つの世界の断絶点もまた、天下り的ではない仕方で、遠近法テーゼに求められてしかるべきであろう。

(2)　第 8 章ではヴァイアーシュトラスの課題に対してフッサールからの解答が提示される。実数の把握という問題についても、遠近法テーゼによる解答が提示され、π の把握が例として挙げられている (134)。筆者にはこの例が果たして適切なものなのか理解することができない。円周率とは円周の直径に対する比である。多角形によって円を近似することで円周率が 3 や 3.1 や 3.14 といったようにさまざまに与えられるという経緯自体は(実際の数値はともかく)数学史的に見ても正当である。そして、そうしたさまざまな与えられ方の収束点が π であることも理解できる。しかし、このプロセスと、近位項としての「この馬」の把握による遠位項としての「馬」の把握、近位項としての「5 つのリンゴ」「5 つの木の実」の把握による遠位項としての「自然数 5」の把握のプロセスは同一のものと言えるのだろうか。後者の二例においては、具体的対象から非独立的部分を取り出して抽象的対象として把握するという作用が含まれている。では π についてはどうだろう。3 や 3.1 の非独立的部分として π があり、それを取り出して抽象的対象として把握する、と理解することは適切

6. 註 3 でも述べたように、本書の眼目はあくまでもこの点にある。

だろうか。むしろ、「全体から非独立的部分を取り出す」という作用について、具体的対象以外のケースについても検討する必要があるのではないだろうか (この作用が述べられる第 6 章ではそうした例が挙げられていない)。さらに、遠近法テーゼを一般化して捉えるためには、全体と部分の関係も外延的関係に留めずに理解する必要があるのではないか。こうした議論の欠落があるため、筆者には実数の把握が遠近法テーゼによって説明できるという主張に説得力を認めることができないのである。第三部では独立的部分と非独立的部分については言及されないが、実数の構成との関連はどうなっているのだろうか。

(3)　上述の二点が解決されるとして、では、遠近法テーゼによる数学的概念の認識メカニズムを人間がどのようにして適切に用いることができるようになるのか、という問いにはいかなる説明が与えられるのだろうか。第 11 章や第 12 章での議論の焦点は、主にデデキントやブラウアーといった数学者の主観による数学的世界の構成に絞られている。特定の人物の主観的数学世界が何らかの手続きを経て他の人間にも拡散し、間主観性を得るという筋書きは、確かに数学史の一つの見方としては妥当であると思われる。しかし、主観的数学世界がいかなる過程を経て間主観性を得るのかという問いに対して、単純に証明した定理の数によって決まるというようなものではなく、主観的数学世界の中で新しい統一がつくられると考えるべきという指摘はあるものの (192–3)、それ以上の踏み込んだ分析はない。視点をさらに広げて、数学者共同体のあり方や研究成果の共有プロセスなど、さまざまな要素を総合して検討する必要があるように思われるが、この点に関してフッサール数学論は何か積極的な解答を持つだろうか。

終章でも述べられているように、鈴木は本書で提示されるフッサール数学論の意義の一つとして、数学教育分野への波及効果を想定している。数学教育とはまさに、遠近法テーゼによる数学的概念の認識がいかにして可能となるか、を解明し、実際の教育現場での応用を目指す分野であろう。本書におけるフッサール数学論の基本的立場は、「数学的概念が我々の意識に把握されるさまを規定すること」(48) にあるとされる。しかし、一連の現象学的議論が、数学的概念の把握の説明として妥当性を有することの説明、すなわち、『純粋理性批判』における演繹論に相当する議論がフッサール数学論には必要なのではなかろうか[7]。

本書で解明されるフッサール数学論の重要性の一つとして、専門家と一般人が有する直観を質的に区別しないという点があると思われる。しかし、いったん成立した客観的数学世界に対して、個々人の主観がどのように近位項からの構成を行なうのかということと、特定の人間の主観的数学世界が間主観性を得て、歴史上初めて

7. この点は秋葉 [2014] でも指摘されている。

客観的数学世界として成立することの両者を、同一の枠組みで捉えることは果たして可能なのだろうか[8]。

2　確定的多様体について

第二部での、ヴァイアーシュトラスのプログラムに答えるために初期の数学論が構築され、そこで議論が残された排中律の適用の問題に答えるために中後期の数学論が展開されるという整理に加えて、第三部の議論への接続として、鈴木は、数学は、その研究対象である「多様体」が「確定性」を持つという点において特権的な学問であるというフッサールの前提は、ゲーデルの不完全性定理により、維持することができず、そのため、フッサールによる数学への明示的な言及のないテキストにも目配せをする必要があると主張し、発生的現象学による、「生活世界から数学的対象が発生する分析」へと進む (172)。テキストから最大限の哲学的帰結を引き出すことは哲学史研究が哲学研究たるゆえんの一つであり、したがって、フッサールが主題的に数学について議論していないテキストから数学についての議論を抽出することを試みる態度自体は正当であると言ってよい。しかし、その態度がフッサール数学論の展開の記述に適切に位置付けられているかについては疑問がある[9]。

鈴木は、フッサールが、多様体が確定的であることは、それが公理系という言語表現によって過不足なく汲み尽くされているということであると考えていたこと、しかし、それは不完全性定理によって誤っていることを指摘する。確かに、不完全性定理はペアノ算術が有限公理化不可能であることを示した。鈴木はこの事実からただちに、「フッサール数学論は、数学的対象に関しても、知覚などの他の種類の志向的対象と同じ現象学的分析をしなければならない、という方向へ促されることになるはず」(171) と断言する。しかし、この推論が妥当であるためには、数学的対象としての多様体の存在論的身分に関する前提が必要であるだろう。数学の定理のみから哲学的帰結を導くことはできない。また、フッサールが確定的多様体について現象学的分析を試みなかったのは、数学的多様体は確定的であるという誤った前提

8. 抽象による概念獲得と概念形成の問題とは、概念の学習と創造を区別しないことに由来し、後者はそもそも問いとして意味を持たない (すなわち、なぜその概念を創造したのかという問いに対して、当の創造主体の心理的な過程を記述することでは答えることができない) という黒田の指摘は現在の数学の哲学においても有効であると思われる (黒田 [1975 pp.68-70])。たとえば、この点はパーソンズの数学的直観についても指摘することができる (cf. Mühlhölzer [2010])。実際、数学の証明において図形が有用であるのも、既に証明を行う者が証明に必要な概念について適切な理解を保持していることを仮定した上でのことである。

9. 本書における確定的多様体の記述に関するフッサール解釈としての問題については越後 [2014] において指摘されている。

があったためという主張も理解が難しい (171)。多様体が確定的であれば遠位項と近位項とを区別する必要性はないためと述べられるが、対象の存在と対象の認識は別の議論ではないだろうか。

この二つの点は当然遠近法テーゼに関連していると思われる。「数学者の営みを記述する」というフッサール数学論の動機付けを字義通り受け取るならば、不完全性定理以降も数学者は変わらず数学という学問的営みを継続しているという事実を受け止め、遠近法テーゼを維持することにとどまることも可能ではなかったか。本書でも参照されている岡田は、フッサールの想定する算術は不完全性定理が成立する前提より弱い体系であると指摘している (岡田 [1997 p.27])。フッサールにとっては標準モデルさえ確保できればそれでよい、なぜならそれは数学者の実践に沿うからだ、という岡田の解釈を鈴木はどう考えるのだろうか。岡田が指摘するように、数学固有の厳密性を構文論的・言語的規定とは違うところに求める、クライゼルの「非形式的厳密さ (informal rigor)」(Kreisel [1967]) に対する哲学的基礎を遠近法テーゼが与えるという側面をフッサール数学論に見出す余地はあるのだろうか。

筆者は上で遠近法テーゼの妥当性に対する疑問を述べたが、多様体の確定性の有無はこのテーゼの妥当性にどう連関するのか、より踏み込んだ議論が必要であるように思われる。

3　発生的現象学による幾何学的対象の分析について

第 13 章「技術から生まれた数学――生活世界からの数学的対象の発生」ではイタリアの数学史研究者であるジュスティの議論に依拠して、発生的現象学の立場から、生活世界から幾何学的対象が発生する過程が分析される。測地術といった具体的な技術に着目することは、少なくともユークリッド幾何学の対象の発生分析としては妥当であるように思われる。また、数学的探求に際して用いられる「道具」が「対象」化されるという指摘は、数学史を踏まえた上での数学の哲学のアプローチ法としては極めて有効であると考えられる。鈴木は、ジュスティの議論を生活世界からの幾何学的対象の発生という問題に応用し、個々の技術者が持つ勘や作業に際しての暗黙的な姿勢である「背景的方法」が「反省」によって志向的対象と化され、暗黙的な部分を明示化するというイデアチオンという過程に着目する (220–1)。その上で「測量士は「なるべく○○にしたい」とか「○○の張り方はいいが××はだめだ」という「背景的方法」の○○の部分を対象として把握するにいたり、それに「直線」「平面」のような名前が名付けられる」(221) とされる。そうして対象化された○○に関心が向かい、それを規定したり、すでに規定された対象の新たな形態を構成す

る作業に従事するようになる測量士が「最初の幾何学者」になる。この分析について、以下の二点を指摘したい。

(1)　上に引いた箇所では、○○や××が対象化され、直線や平面といった名前が与えられるというが、背景的方法はあくまでも方法であり、それが対象化されるというのはいかなる事態なのか、さらに明確にする必要があるように思われる。ユークリッド幾何学に登場する対象は「広がりを持たない点」や「太さを持たない線」であり、そうした抽象的対象が具体的対象からどのように発生したのか、イデアチオンによって十分に説明されたとは思えない。鈴木はフッサールの『ヨーロッパ諸学の危機と超越論的現象学』からの引用を受けて、「フッサールが単純に自然の中の比較的平らな事物の「平らさ」や比較的まっすぐな事物の「まっすぐさ」の極限として平面や直線が発生すると言っているのではなく、まっすぐなものをさらにまっすぐにし、平らなものをさらに平らにする、という技術的な行為の中で極限形態が予示されると語っている」(219) とする。ここで対比されている二つの事柄、すなわち、平らさやまっすぐさの極限として平面や直線が発生することと、まっすぐなものをさらにまっすぐに、平らなものをさらに平らにする行為の中で極限形態としての直線や平面が予示されること、の違いが筆者には今ひとつわかりにくい。おそらく、前者は実際に平面や直線が行為において発生することを、後者は実際にはそうした対象は発生しないものの、それら対象とのいわば誤差が技術的行為を進める過程で少しずつ小さくなっていく、その極限として平面や直線が得られる、ということを言っているように思われる。これは、筆者には、たとえば 17 世紀の哲学者・数学者ライプニッツが直面した無限小の解釈問題と類比的であると見える。すなわち、無限小と呼ばれる対象が自然の中に実在するという実在論的解釈と、所与の量に対して常にそれより小さい量を取ることができるという意味で無限小を捉える有限主義的解釈との対立である。フッサールもまた幾何学的対象の発生についての有限主義的立場に立つものと思われるが、実数連続体を領域とする変数の操作と、具体的な事物に対する技術的行為とでは類比的ではない部分もあるのではないか。たとえば、具体的な事物のまっすぐさと、極限形態として予示される「まっすぐさ」との「誤差」は、いかにして測定されるのだろう。技術者の皮膚感覚でしかないのかもしれない。だとすると、そうして得られた「まっすぐさ」が、客観性を持つ科学である幾何学の対象として成立することはどのように説明されるのだろうか。また、ユークリッド『原論』における「点とは部分を持たないものである」という定義がこうした説明ではどのように考えられるのだろうか[10]。

10. ジェスティによるユークリッド幾何学の対象の発生分析は円や球といった、それより低次の対象である直線や半円によって定義されている対象についてなされており、点について

(2)　さらに、本書冒頭で指摘された抽象説の難点 (フレーゲの「恣意性の鉛筆」問題) と同様の難点が発生的現象学による数学的対象の分析にも当てはまるように思われる。おそらく、現実に存在した測量士が幾何学者となる過程はもっと複雑に入り組んだものであるだろうし、第 13 章での記述は文字通り特定の人物についての記述ではなく、13.3 節のタイトル (「幾何学的対象の発生過程の再構成」) でも示されているように、技術者の集団による行為を再構成したものであるだろう。実際には、対象化されずに終わった〇〇や、対象化されたものの、以降の発展が芳しいものではなかった〇〇も多く存在したはずである[11]。すなわち、実際の技術者の試行錯誤を想像すれば一目瞭然であるように、イデアチオンの作用もまた試行錯誤の連続であると考えられる。対象化が試みられた多くのもののうち、測定や測量上の目的に到達することができた〇〇が対象化されるのであろう。しかし、遠近法テーゼがなぜ抽象的対象の認識の説明として妥当なのか、という、筆者にとっては答えられるべきであると思われる問いと、なぜ最初の幾何学者は「最初の幾何学者」となることができたのか、そして、なぜ最初の幾何学者は (他の幾何学ではなく) ユークリッド幾何学を発見したのか、という問いは、抽象的対象の発見の記述が規範性をどのように説明するかという点では共通する問いであるように思われる。複数あり得た対象化のうち、特定の対象化がユークリッド幾何学として成立したこと、それ自体の説明は発生的現象学ではどのように分析されるのだろうか。おそらく第三部で論じられたように、人々の共鳴によって間主観性を持つようになるという説明が用意されているのだろう。ではさらに、「共鳴」という事態がいかにして成立するのかを説明する必要があるだろう。仮に共鳴が歴史的に偶然起きた出来事であるとするならば、「恣意性の鉛筆」問題もまた、複数ありうる抽象のうち、特定の抽象がたまたま数学的対象を獲得する抽象として妥当したという偶然性を引き合いに出すことで解消されてしまうのではないだろうか。

この点に関しては鈴木も「フッサールは相対主義的か」として、本書で論じ残したことに含めている (223)。背景的方法に含まれる極限理念は、主観性の持つ志向性という本質構造にア・プリオリに由来するとされ、フッサールの図式が相対主義には与さないことが主張されるが、その本質構造についてはフッサール自身の探求が半端であったとも述べられている。

しかし、「最初の幾何学者」による偶然的な行為としての幾何学的対象の発見と、個々の数学者や数学学習者 (つまり一般人) による抽象的対象の認識プロセスに関

は言及がない。

11. ジュスティは証明の道具や方法として対象化されかけるも結局完遂できずに終わった対象として、不可分者と無限小を挙げている (ジュスティ [1999 第 7 章])。

して、偶然的に発生した対象を個々人が認識できるそのメカニズムをも含めた包括的な説明が可能であるような枠組みでなければ、数学論としての意義もそう高く見積もることは難しいだろう。既に指摘したように、数学的対象の認識に関して、数学的直観の働きを外的知覚によって説明するというパーソンズ的路線は、概念獲得と概念形成を区別した上で、解決可能である問いは前者のみであるという限界を持つが、現象学まで同じ運命をたどる必要はない。フッサール自身の現象学の展開に即して分析手法と分析対象を捉えるのではなく、むしろそこからさらに離れて、遠近法テーゼによる生活世界からの抽象的対象の獲得の分析、発生的現象学による数学的概念の把握の分析、すなわち、数学的概念を算術的概念や幾何学的概念といった個別分野における概念に分けた上で、それぞれについて二つの手法による分析を試みることによってこそ、フッサール数学論の射程と限界はより精密に確定されるのではないのだろうか。

4　その他の疑問

以上が本書に対する筆者の疑問点である。これらはすべて「恣意性の鉛筆」問題をめぐる論点であるが、この問題とは直接の関わりと持たないと思われる疑問についても述べておきたい。

(1)　数学的直観について[12]。本書序章では、この概念について、ある種のひらめきを含むものと理解しているように読める記述が見られる (9)。しかし、続く本論では、数学的対象の認識という側面にのみ議論が費やされ、ひらめきの側面については言及がない。近年では、具体的な証明問題を解く中で、数学者や数学の学習者が突然解法を思いつくという、いわゆる「アハ現象 (Aha-Phenomenon)」の分析が試みられ、数学で実際に用いられている多様な記号に焦点を当て、その機能を分析することや認知科学の成果を参照することで、発見的要素の解明を目指す研究が進められている。本書で叙述されるフッサール数学論はこうした問題にどのように答えるのだろうか。この問題は、遠位項の能動的構成について数学者と一般人に違いはあるのかという既に述べた問題にも関連している。

(2)　フッサール数学論の意義について。最終章では数学教育に対する提言がなされている。鈴木は、数学教育の目標として「学生に数学的直観を生じさせること」を

12. 本書における数学的直観の理解の問題点については、合評会の提題に基づいて書かれた富山 [2014] で詳細に検討されている。

挙げる (230)。そして、フッサール数学論は学生が経験を積んで数学的直観によって知識を獲得することについての哲学的基盤を与えたとする。しかし、抽象的な内容の提言にとどまってしまうのであれば、数学教育の研究者にとっては取り立てて意義のあることであるとは言えないだろう。何かしらの事柄について哲学者が、その事柄の実践や運用には事実上影響力を持たない (持ち得ない) であろう哲学的基盤を提供して自足するのではなく、現実的により使える知見を提示することが求められているのではないだろうか。現在、数学教育と呼ばれる分野は、実質的には数学、哲学、心理学、認知科学などが集まる学際的な分野であり[13]、フッサールの名前は、いったんはフレーゲによって封殺された心理主義の創始者として言及されることがある (たとえば Cambell [2001])。本書では『算術の哲学』における心理主義路線を離れたフッサールの数学論の展開が解明されるが、数学学習者による数学的概念の直観的把握について、おそらく、より積極的かつ具体的な提言を取り出すことは不可能ではないであろうと考えられる。

5　終わりに

以上、『数学の現象学』に対する筆者の疑問を提示してきた。筆者は本書がなぜ記号という観点を考慮に含めないのか疑問に思う。数学的対象の抽象的対象としての側面や無限集合としての側面が、認識に際して通常の知覚対象とは異なる処理を求めることは数学の哲学の歴史では問題とされてきた。近年では、図形を用いた推論を形式化する研究や認知科学の成果が参照され、こうした問いが探求されている。抽象的対象の認識を可能にするメカニズムをア・プリオリに人間に求める哲学史的伝統は継承しつつも、そのア・プリオリ性を認知科学や数学教育などの成果により補完するという近年の研究動向から見ると、本書でのフッサール数学論が持つ意義は今ひとつ見えにくい。「あとがき」では、『幾何学の起源』において議論されている歴史の構造のア・プリオリ性は本書の考察対象から外す旨が述べられている (245)。『幾何学の起源』においてフッサールは、心の中のイメージでしかない幾何学の理念性が客観性に到達するのは言語を介してであると主張しているが、言語ないし数学記号への目配せこそ本書には必要であったように思われる。

13. たとえば、図形を用いた証明の教育上の効果について、哲学・数学史を踏まえた上で、教職課程にある大学生を中心とした実験をおこなう実証研究 (Karrass [2012]) がある。

文献

Jeremy Avigad, "Review of Marcus Giaquinto, *Visual Thinking in Mathematics: An Epistemological Study*", *Philosophia Mathematica*, 17, 2009, pp.95–108.

Stephen Campbell, "Three Philosophical Perspectives on Logic and Psychology: Implications for Mathematics Education", *Philosophy of Mathematics Education Journal*, vol.14, 2001, online journal. http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome14/campbell.htm. (2015 年 2 月 15 日最終アクセス)

Joseph Warren Dauben, *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Princeton University Press, 1979.

Marcus Giaquinto, *Visual Thinking in Mathematics: An Epistemological Study*, Oxford University Press, 2007.

Margaret Karrass, *Diagrammatic Reasoning Skills of Pre-Service Mathematics Teachers*, Ph.D. Dissertation, Columbia University, 2012.

Georg Kreisel, "Informal Rigour and Completeness Proofs", *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Imre Lakatos (ed.), Amsterdam, North-Holland, 1967, pp.138–57.

Felix Mühlhölzer, "Mathematical Intuition and Natural Numbers: A Critical Discussion", *Erkenntnis*, Volume 73, Number 2, 2010, pp.265–92.

Charles Parsons, *Mathematical Thought and its Object*, Cambridge Press, 2008.

秋葉剛史、「書評：鈴木俊洋『数学の現象学――数学的直観を扱うために生まれたフッサールの現象学』」、『現象学年報』、30 号、日本現象学会、2014 年、173–8 頁.

秋吉亮太、「鈴木俊洋『数学の現象学』に関するいくつかのリマーク」、『フッサール研究』、12 号、フッサール研究会、2015 年掲載予定.

稲岡大志、「図形推論と数学の哲学――最近の研究から」、『科学哲学』、日本科学哲学会、47 巻 1 号、2014 年、67–82 頁.

越後正俊、「数学的直観について――鈴木俊洋著『数学の現象学』をめぐって」、『MORALIA』、東北大学倫理学研究会、第 20・21 合併号、2014 年、252–64 頁.

岡田光弘、「フッサールの形式論理学分析における「多様体」概念の役割」、『哲學』、三田哲学会、101 号、1997 年、1–43 頁.

黒田亘、『経験と言語』、東京大学出版会、1975 年.

エンリコ・ジュスティ、『数はどこから来たのか　数学の対象の本性に関する仮説』、斉藤憲訳、共立出版、1999 年.

鈴木俊洋、『数学の現象学　数学的直観を扱うために生まれたフッサール現象学』、法政大学出版局、2013 年.

富山豊、「「数学的直観」概念の眼目とフッサールの「直観」概念」、『MORALIA』、東北大学倫理学研究会、第 20・21 合併号、2014 年、233–51 頁.