「共分散構造分析（1）：考え方」

■共分散構造分析の目的と魅力

共分散構造分析（covariance structure analysis）は、複数の変数の関係を 1 つの図式で表わすことのできる分析技法である。結果が図式化されるので、何を意味しているのかがわかりやすいことが初心者にとって一番の魅力であろう。変数間の関係が矢印で表わされ、それぞれの関係の強さが 1 つの数値で表わされる図式は、単純明快である。

ただし、その単純明快さゆえに分析結果の解釈に誤解が伴うことも多いので、この分析技法の仕組みを理解することは大切である。また、共分散構造分析の真の魅力は、潜在変数（調査項目と関連が深いが、実際には調べていない概念）を含めたモデルによる応用範囲の広さにあるといってよい。基礎的な点をしっかりと押さえて、さらに発展的な分析に進むための素地を整えてほしい。

■概要をスライドで確認

・とにかく複数の変数の関係をパス図で表現する
・関係の方向は矢印の向きで表わす
・関係の強さはパス係数（標準化された回帰係数のようなもの）で表わす
・説明できない部分を残差係数で表わす（or 説明できた部分を決定係数で表わす）

■パス図の読み方

共分散構造分析で示される図式は、**パス図**（path diagram）と呼ばれる。関係性の連続によって変数間の関係の**パス**（経路；path）を示すからである。図 1 は 3 変数の共分散構造分析で析出されたパス図である（実際のデータ。図 4 を参照）。それぞれのパスには関係の強さを表わす**パス係数**（path coefficient）の値を添える。回帰分析における回帰係数と同様のものと考えればよいが、共分散構造分析では多様な変数が含まれることが多いので、通常、標準化した係数を示す。つまり、係数は－1～＋1 の範囲で相対的な関係の強さを表わす。

パス図では**内生変数**（endogenous variable）と**外生変数**（exogenous variable）の区別が重要である。図式の中で他の変数に規定されているもの（つまり、矢印が向けられている変数）は内生変数であり、他の変数に規定されていないものは外生変数である。内生変数には必ず誤差変数（図式で○で囲まれているもの）を付け加える。内生変数が図式に示されている他の変数だけで「完全に」規定される、と考えるとおかしいので、測定されていない変数の影響（誤差）があると考えなければならないからである。回帰式における誤差項に相当する。また、内生変数には、右肩などにそれぞれ決定係数の値を明記することが多い。これも回帰分析と同様で、示されている変数だけで、どれだけその内生変数の値が説明できるかという割合である。逆の見方をして、誤差変数からの影響（誤差変数の分散）を数値で表わすこともある。

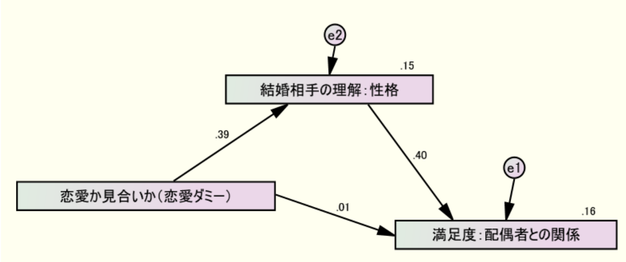


図１　単純なパス図の例

（練習）

1．図１から以下の事項を読み取ろう

(1)「結婚相手の理解」から「満足度」へのパス係数

(2)「満足度」の決定係数

(3) ３つの変数のうち、内生変数はどれで外生変数はどれか

2．図２は作りかけのモデル図である。必要な誤差変数を書き加えよう。

3．かりに図２の「結婚相手と知り合った年齢」を外生変数と考えたければ、どの矢印を削除しなければならないか。

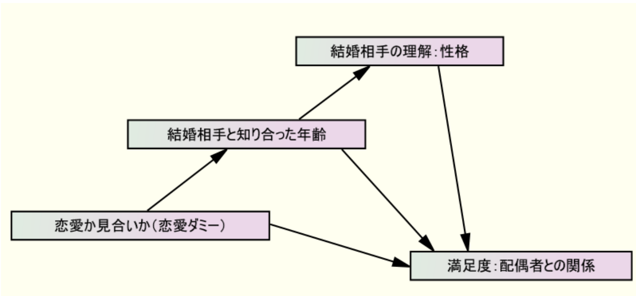


図２　作りかけのモデル図

■直接効果と間接効果

回帰分析と異なり、パス図を用いれば、変数間の関係を連続的に読むことができる。たとえば、図１において「恋愛結婚」から「満足度」へのパス係数は「.01」とほとんどゼロである。しかし、「結婚相手の理解」を経由して「.39×.40＝.156」の影響があることが読み取れる。つまり、恋愛結婚の方が結婚相手の性格を理解していたため、結婚後の満足度が高くなる傾向がある。その効果を取り除くと、恋愛結婚かどうかが結婚満足度を左右することはほとんどない。このように他の変数を介した間接的な影響の仕方を**間接効果**（indirect effect）と呼ぶ。直接的に矢印がつながっている場合を**直接効果**（direct effect）と呼ぶ。直接効果と間接効果を対比したり、複数の間接効果の中でどのパスが重要なのかを見極めたりできることは、パス図の醍醐味の１つである。

■パス係数をどうやって求めているか

パス係数の求め方は、基本的に回帰分析と同様である。ただし、１つのパス図の中には、複数の回帰式が含まれていることになるので、データの構造を説明しようとする複数の式の望ましさを同時に考慮して、一番もっともらしい係数を推定することになる。実際の計

算は簡単ではないが、そのように複数の方程式を同時に満たそうとしているというイメージを持てばよい。この視点から、共分散構造分析は**構造方程式モデル**（structural equation model; SEM）とも呼ばれる。

一方、共分散構造分析という呼び名は、変数間の関係が共分散（相関係数の元にもなる統計量）に要約され、複数の共分散の関係構造を分析することから来ている。また、古くは**パス解析**（path analysis）という呼び名もよく用いられた。ただし、パス解析は通常、共分散構造分析よりも素朴なもので、単純にいくつかの回帰分析を繰り返すことでパス係数を求めるものである。現在流通している共分散構造分析は、もっと数学的な精度を高める工夫がされているだけでなく、パス解析では扱えない特殊なモデルも扱うことができる（測定していない潜在変数を含むモデルや、双方向の因果関係を想定するモデルなど）。

（練習）

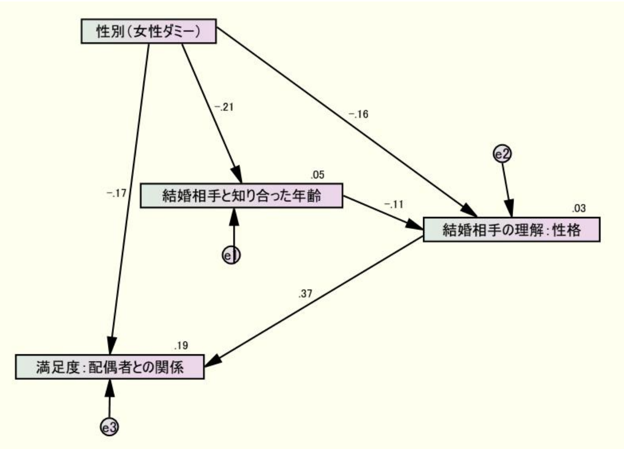
図3のパス図から以下の事項を読み取ってみよう。

(1)「性別」が女性であることは、「結婚相手と知り合った年齢」を高くする傾向にあるのか、低くする傾向にあるのか。

(2)「結婚相手と知り合った年齢」が低い（早く出会った）ことは、「結婚相手の理解」を高めるのか、低めるのか。

(3)「性別」が「結婚相手の理解」に及ぼす直接効果と間接効果は、どちらの方が大きいか。

(4)「性別」から「満足度」に至る間接効果は総計でいくらになるか。計算してみよう。



自由度＝1、χ^2＝.421、p＝.516
GFI＝.999、AGFI＝.989、AIC＝18.421

図3　4変数のパス図の例

■パス係数の検定とモデルの適合度

回帰分析でそれぞれの独立変数の影響（回帰係数）を検定したのと同様に、共分散構造分析でもそれぞれのパス係数を統計的に検定する。つまり、母集団でもこのような矢印を引くことに意味があるかどうか（少なくとも影響が0ではないといってよいか）を検定す

る。分析ソフトを用いれば、表 1 のような形式でまとめて出力されるので、統計的に有意でない係数はすぐにわかる（この場合、q12←q11 のパスが統計的に有意でない）。

検定の結果は、パス図の係数に*印を付けて示すこともあるが、統計的に有意でなかった矢印をモデルから削除することも多い。多くの変数を用いて複雑になりがちな共分散構造分析においては、有意でない矢印は除いて、モデルを単純化した方がよい場面が多いからである。

表 1　パス係数の検定結果の例

	推定値	標準誤差	検定統計量	確率	ﾗﾍﾞﾙ
q11 <--- q01	-2.495	.825	-3.024	.002	
q12 <--- q11	-.018	.012	-1.496	.135	
q12 <--- q01	-.317	.143	-2.223	.026	
q16 <--- q01	-.374	.142	-2.636	.008	
q16 <--- q12	.413	.072	5.725	***	

また、モデル全体がデータに適合しているのか（この図式で、十分に実際のデータに近い予測値を再現できるのか）も検討しなければならない。回帰分析では決定係数がこの役割を果たしていたが、共分散構造分析では、個別の決定係数だけでなく、全体のモデル適合度を考えなければならない。

通常、表 2 のような形で出力された中から主要な数値を図 3 のような形で示す。もっとも基本となるのが χ^2 値（カイ二乗値）による適合度検定の結果である（自由度＝1、χ^2＝.421、p＝.516)。この検定はモデルの予測による分布と実際のデータの間に統計的に有意な乖離があるかを調べるものなので、有意確率が高い方が望ましい（乖離がない)。

また、わかりやすく適合度を 0～1 に範囲で示す GFI（goodness of fit index; 適合度指標）や AGFI（adjusted goodness of fit index; 修正適合度指標）といった指標もよく用いられる。複数のモデルの間で効率性を比較したい場合には、AIC（赤池情報量基準; Akaike information criterion）がよく用いられる。値が小さいほど適合がよい。

表 2　モデルの適合度の検討例

ﾓﾃﾞﾙ	NPAR	CMIN	自由度	確率	CMIN/DF
ﾓﾃﾞﾙ番号 1	9	.421	1	.516	.421
飽和ﾓﾃﾞﾙ	10	.000	0		
独立ﾓﾃﾞﾙ	4	55.555	6	.000	9.259

ﾓﾃﾞﾙ	RMR	GFI	AGFI	PGFI
ﾓﾃﾞﾙ番号 1	.081	.999	.989	.100
飽和ﾓﾃﾞﾙ	.000	1.000		
独立ﾓﾃﾞﾙ	.281	.877	.795	.526

ﾓﾃﾞﾙ	AIC	BCC	BIC	CAIC
ﾓﾃﾞﾙ番号 1	18.421	18.900	47.832	56.832
飽和ﾓﾃﾞﾙ	20.000	20.532	52.679	62.679
独立ﾓﾃﾞﾙ	63.555	63.767	76.626	80.626

■よりよいモデルの探索

共分散構造分析の結果を解釈する際によくある誤解は、そこで示されたパス係数の正しさを過信してしまうことである。算出されるパス係数は、あくまで分析者が設定したモデル（変数間の関係図式）を前提として、その制約のもとで最善を尽くした結果である。前提が不適切であれば、パス係数の値も不適切なものしか出てこない。統計的に有意であることが示されたからといって、その数値を絶対視してはならない。

共分散構造分析では、せっかく多数の変数の関係性が容易に分析できるようになったのだから、より適切なモデルの探索に力を注がなければならない。モデルの適合度指標を見ながら図式に修正を加えることは大切である（矢印の削除、追加、変更)。また、当然データを離れて理論的な根拠を求めることも不可欠である。

問 8　あなたは現在結婚していますか。

1　結婚している
2　結婚していたが、離・死別した
3　結婚したことはない

（2・3の方は）下の質問をとばして３ページの問 17 へ進んでください

以下の質問には、現在結婚している方のみお答えください

問 9　その結婚は恋愛結婚でしたか、それとも見合い結婚でしたか。

1　恋愛結婚
2　見合い結婚

問 10　結婚されたのは、あなたが何歳のときでしたか。

□□ 歳ごろ

問 11　現在の結婚相手とは、何歳のころに知り合いましたか。

□□ 歳ごろ

問 12　結婚前に相手の性格をどれくらい理解していたと思いますか。

1　よく理解していた
2　だいたい理解していた
3　少しは理解していた
4　あまり理解していなかった
5　まったく理解していなかった

問 13　結婚前に相手の家族のことをどれくらい知っていたと思いますか。

1　よく知っていた
2　だいたい知っていた
3　少しは知っていた
4　あまり知らなかった
5　まったく知らなかった

問 14　結婚前に相手の収入をどの程度知っていたと思いますか。

1　よく知っていた
2　だいたい知っていた
3　少しは知っていた
4　あまり知らなかった
5　まったく知らなかった

問 15　結婚前に相手の資産（貯金や借金、不動産など）をどの程度知っていたと思いますか。

1　よく知っていた
2　だいたい知っていた
3　少しは知っていた
4　あまり知らなかった
5　まったく知らなかった

問 16　あなたは現在の配偶者との関係に満足していますか。

1　満足
2
3
4
5　不満

図 4　「中高年の幸福感についての意識調査」の一部

・2005 年 10 月 31 日現在、東大阪市在住で、40～59 歳の男女
・市内の地域を一次抽出単位とする二段無作為抽出
・郵送調査法
・計画標本 700 人、回収標本 246 人（回収率 35.1%）
・この資料では、関係する変数が欠損しているケースを除いた 194 人が分析対象

実習用データ　　http://www2.itc.kansai-u.ac.jp/~tyasuda/

「共分散構造分析（2）: SPSS で実践」

■SPSS（Amos）でやってみよう

前回は、共分散構造分析の考え方について学習した。今回は実際に SPSS を操作してみよう。共分散構造分析の計算は複雑で、細かい考え方の違いによって、固有の名称が付いたプログラムがいろいろと存在する。SPSS が連動している共分散構造分析のプログラムは「**Amos**」と呼ばれるもので、もっとも主要なプログラムの 1 つである。Amos は、SPSS からほとんど独立した別のソフトと考えてよく、操作も独特である。

モデル（図式）の指定

---

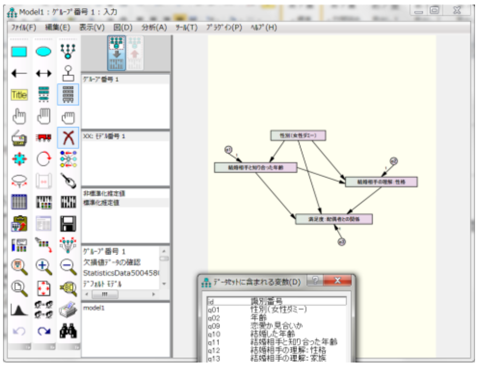
①SPSS のメニューから、分析➔IBM SPSS Amos で、「Amos」を起動

②［右 3: データセット内の変数を一覧］（右列 3 個目の意味。以下同様）で変数一覧を表示

③必要な変数を一覧からドラッグして配置

④［左 2: パスを描く(一方向矢印)］で変数同士をパスで結ぶ(必要に応じて、［中 2: 双方向矢印］も使う)

⑤［右 2: 既存の変数に固有の変数を追加］で内生変数の誤差変数を追加



⑥［左 10: オブジェクトのプロパティ］で誤差変数の［変数名］を指定（e1、e2、……等）

⑦［右 9: 現行のパス図を保存］でできあがったパス図を保存

（※いくつもファイルが作られるので、新しいフォルダーにまとめた方がよい）

参考：変数やパスを削除したい → ［右 5: オブジェクトを消去］

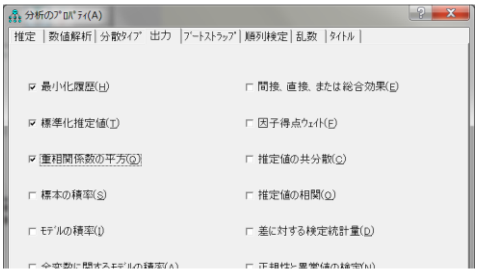
変数やパスの位置を修正したい → ［中 5: オブジェクトを移動］

変数の形を修正したい → ［左 6: オブジェクトの形を変更］

パスの位置を自動的に整えたい → ［右 7: タッチアップ］

分析の実行（パス係数等の推定）

①［中 8: 分析のプロパティ］の［出力］タグで「最小化履歴」「標準化推定値」「重相関係数の平方」にチェック



②［右 8: 推定値を計算］で分析を実行

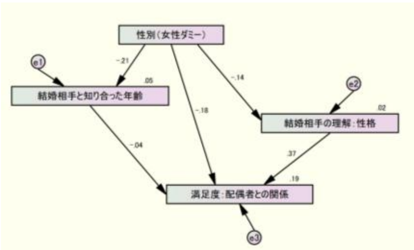
（※下から 2 段目のボックスに「最小値に達しました……」と出れば分析完了）

③一番上のボックス をクリックして、右側（出力パス図の表示）に切り替え

（※もう一度クリックすると左側に戻り、モデル指定を修正できる）

④下から 3 段目のボックスで［標準化推定値］を選択

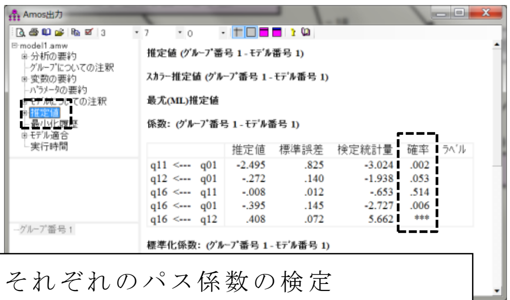
⑤パス図を読み取る



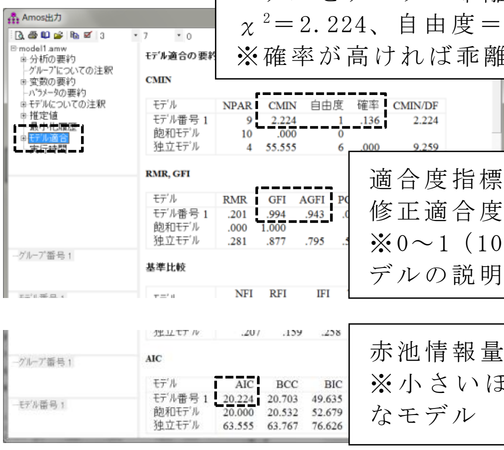
矢印の横の数値が標準化パス係数
（-1～＋1　関係性の強さ）

内生変数の右肩の数値が、それぞれの決定係数
（0～1　他の変数で説明されている割合）

⑥［中 9: テキスト出力の表示］の［推定値（検定結果)］と［モデル適合］を読み取る



それぞれのパス係数の検定
※小さい方が有意（通常 5%が基準）



モデルとデータの乖離検定
χ^2＝2.224、自由度＝1、p＝.136
※確率が高ければ乖離がない

適合度指標 GFI
修正適合度指標 AGFI
※0～1（100%）でモデルの説明力を示す

赤池情報量基準 AIC
※小さいほど効率的なモデル

⑦必要に応じて、［左 9: パス図をクリップボードへコピー］で Word 等に貼り付け

「共分散構造分析（3）：発展」

■潜在変数

ここまでに扱った共分散構造分析のモデルは、基本的なものである。この技法は、極めて応用の範囲が広く、多種多様な分析を可能にしてくれる。とくに**潜在変数**（latent variable）の導入がその鍵となる。潜在変数とは、実際にはデータとして測定していない概念だけの変数である。これに対して、測定されている普通の変数のことを**顕在変数**（manifest variable）と呼ぶことがある。

共分散構造分析では、テキスト 2－9 章の後半で扱っているように、パス図の中に潜在変数を盛り込むことができる。顕在変数を四角で囲むのに対して、潜在変数は楕円で囲むのが慣例である。測定してもいない潜在変数をなぜ図式の中に含めることができるかといえば、顕在変数との関係性が示されているからである。逆に言えば、潜在変数の内容は、複数の顕在変数との関係性によってのみ定義される。分析者の想定した概念が何でも許されるわけではないので、顕在変数との関係性について妥当性をもたなければならない。

その点に注意すれば、潜在変数の導入は、理論的な整理に即した直接的な分析を可能にしてくれるすばらしい手段となる。適切なモデル図式を設定することは、顕在変数のみ乃場合よりも難しくなるが、ぜひ挑戦してもらいたい。

■他の分析技法の包摂

共分散構造分析は、幅広いモデルをパス図で再現してくれるので、他の分析技法の多くを包摂して扱うことができる。たとえば、通常の回帰分析と同じモデルは容易に再現できる（独立変数間に双方向の矢印があるモデル）。

とくに潜在変数を想定する分析技法を再現できることが強みであり、主成分分析や因子分析などの技法は、共分散構造分析だけで完全にカバーできる。また、柔軟なモデル修正が容易なので、より工夫をこらした因子分析を可能にしたり、複数の技法を組み合わせたようなモデルも検討したりもできる。

既存の分析技法のモデルを、潜在変数や誤差変数も含めて再現することは、それぞれの技法の意味を理解する上でも役立つので、取り組んで損はない。

■多母集団の同時分析

共分散構造分析では、複数のグループ（たとえば男女であったり、異なる時代であったり、異なる地域であったり）に対して同じモデルを当てはめて、違いを観察することができる。「共通のパス図」を前提として、「異なるデータ」を当てはめたときに、どのような違いが現れるのかを観察することには、パス解析の時代から強い関心が持たれてきた。階層論の地位達成モデルの国際比較などは、典型的な例である。

ただ、洗練された共分散構造分析では、それぞれのグループを順番に分析するのではなく、複数のグループのデータを同時に扱って、別のグループのパス係数の推定にも活かしながら分析することができる。ある程度の共通性とある程度の異質性が想定されるとき、

このような同時分析は強力な武器になる。

＜参考文献＞

小塩真司，2011，『SPSS と Amos による心理・調査データ解析 第 2 版』 東京図書.