第11回「推定と検定の総復習」（解答）

1．一般に、「検定に合格」とはどういう状態を指すか。以下の（1）～（10）のそれぞれについて、正しい方に〇を付けなさい。

（1） A 調査でわかったことが母集団についても成り立つ
　　 B 調査でわかったことが母集団については成り立たない

（2） A 調査結果が偶然の産物にすぎない可能性が結構ある
　　 B 調査結果が偶然の産物である可能性はほとんどない

（3） A 帰無仮説を棄却する
　　 B 対立仮説を棄却する

（4） A 帰無仮説を採択する
　　 B 対立仮説を採択する

（5） A 手元のような調査結果が偶然に得られる確率が5%以上ある
　　 B 手元のような調査結果が偶然に得られる確率は5%未満しかない

（6） A 検定統計量が臨界値を超えている（臨界値の外側）
　　 B 検定統計量が臨界値を超えていない（臨界値の内側）

（7） A 調査結果が統計的に有意である
　　 B 調査結果が統計的に有意ではない

（8） A 平均の差の検定の場合、「平均の差がある」といえる
　　 B 〃 、「平均の差がある」といえない

（9） A 独立性の検定の場合、「2つの変数に関連性がある」といえる
　　 B 〃 、「2つの変数に関連性がある」といえない

（10） A 独立性の検定の場合、「2つの変数が独立である」といえる
　　 B 〃 、「2つの変数が独立である」といえない

2．次のような場合に、検定の結果はどのように判断されるのか。（1）～（8）のそれぞれについて、正しい方に〇を付け、結論を具体的な文で記しなさい。

（1）顧客満足度調査では、男性の平均が5.5点、女性の平均が7.2点だった。平均の差を検定すると、t＝-3.27で、臨界値が±2.02。

⇒ 検定統計量が臨界値を［超えている・超えていない］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）：

母集団で　男女の平均の差があるといえる

（2）クロス表では、1年生は2年生に比べてSNSの中でもLINEを好んでいる。学年と好みのSNSに関連があるか、独立性のを検定をすると、χ^2＝9.44で、臨界値が5.99。

⇒ 検定統計量が臨界値を［超えている・超えていない］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）：

母集団で　学年と好みのSNSに関連性があるといえる

(3) 去年の4年生は選挙に行ったことのある学生が45%しかいなかったが、今年の4年生は52%いた。今年の方が選挙に行った比率が高いといってよいか、比率の差の検定をすると、χ^2＝1.44で、臨界値が3.84。
⇒ 検定統計量が臨界値を［超えている・超えていない］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　今年の方が選挙に行った比率が高いとはいえない

(4) 小学生のテレビ視聴時間は1日1時間程度と予想していたが、調査では平均1.3時間という結果が出た。平均は1時間でないと結論づけてよいか、平均の検定をすると、t＝1.69で、臨界値が±1.96。
⇒ 検定統計量が臨界値を［超えている・超えていない］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　テレビ視聴時間の平均は1時間でないとはいえない

(5) －5点～＋5点の範囲で、自分の性格を自己評価してもらったところ、平均値は－0.8点になった。性格の自己評価は標準（±0）よりも低いといってよいか。平均の検定の結果は、t＝-4.29で、臨界値が±2.04。
⇒ 検定統計量が臨界値を［超えている・超えていない］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　性格の自己評価が標準（±0）よりも低いといえる

【ここからは、統計分析ソフトを使って有意確率（p値）を出した場合】

(6) 顧客満足度調査では、男性の平均が5.5点、女性の平均が7.2点だった。平均の差を検定すると、t＝-2.27で、有意確率(p)＝.023。
⇒ 有意確率が有意水準（5%）［以上・未満］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　男女の平均の差があるといえる

(7) クロス表では、1年生は2年生に比べてSNSの中でもLINEを好んでいる。学年と好みのSNSに関連があるか、独立性のを検定をすると、χ^2＝2.02で、有意確率(p)=.364。
⇒ 有意確率が有意水準（5%）［以上・未満］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　学年と好みのSNSに関連性があるとはいえない

(8) 小学生のテレビ視聴時間は1日1時間程度と予想していたが、調査では平均1.3時間という結果が出た。平均は1時間でないと結論づけてよいか、平均の検定をすると、t＝4.27で、有意確率(p)＝.000。
⇒ 有意確率が有意水準（5%）［以上・未満］
検定に［合格・不合格］
H_0を［棄却・採択］
結論（…といえる/いえないという形で）:

母集団で　テレビ視聴時間の平均は1時間でないといえる

3．ある2つの地域で5年生を20人ずつ無作為に選んで、算数の学力試験を行った。その結果、地域Aでは、平均得点が73点、標準偏差が10.0であった。一方、地域Bでは、平均得点が68点、標準偏差が8.0であった。

（1）2つの地域で算数の学力に差があると言ってよいであろうか（平均得点に差があるといってよいであろうか）。有意水準5%で検定を行え。（両側検定で）

H_0：2つの地域で平均得点に差がない
H_1：2つの地域で平均得点に差がある
平均の差の検定を行う

$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{73-68}{2.86} = 1.75$ $\left(※ s_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{19\times10.0^2+19\times8.0^2}{38} \times \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{20}\right)} = \sqrt{\frac{10.0^2+8.0^2}{20}} = 2.86\right)$

自由度20+20-2=38のt分布（自由度40で代用）で、臨界値は±2.02
臨界値を超えていないので、H_0を採択
2つの地域で平均得点に差があるとはいえない

（2）95%の信頼度で平均得点の差を区間推定せよ。

自由度20+20-2=38のt分布（自由度40で代用）を利用する。

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - 2.02 \times s_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + 2.02 \times s_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$$
$$(73-68) - 2.02 \times 2.86 < \mu_1 - \mu_2 < (73-68) - 2.02 \times 2.86$$
$$5 - 5.78 < \mu_1 - \mu_2 < 5 + 5.78$$
$$-0.78 < \mu_1 - \mu_2 < 10.78$$

母集団における2つの地域の平均得点の差は-0.78～10.78と推定できる

4．次の調査結果について以下の問いに答えよ。1991年に、18歳以上のアメリカ在住の人々全体を母集団として行われた社会調査では、死後の世界を信じるかどうかについて、男女別に次のような結果が得られた（実データ）。

	信じる	信じない	分からない	合計
男性	435	89	58	582
女性	275	84	50	409
合計	710	173	108	991

出展：General Social Survey 1991（シカゴ大学NORC）

（1）男女それぞれについて、死後の世界を信じている者の比率を算出して比較せよ。

男性：435/582＝74.7%
女性：275/409＝67.2%　　男性の方が死後の世界を信じていることがわかる

（2）母集団において「性別」と「死後の世界を信じるかどうか」の間に関連性があると言えるかどうか。有意水準5%で独立性の検定を行え。

H_0：性別と信心の間に関連性はない（独立）
H_1：性別と信心の間に関連性がある（独立ではない）
独立性の検定を行う
期待度数は以下のとおり（たとえば左上のセルは$\frac{582}{991} \times \frac{710}{991} \times 991 = 417$）

	信じる	信じない	分からない	合計
男性	417	102	63	582
女性	293	71	45	409
合計	710	173	108	991

$\chi^2 = \frac{(435-417)^2}{417} + \frac{(89-102)^2}{102} + \frac{(58-63)^2}{63} + \frac{(275-293)^2}{293} + \frac{(84-71)^2}{71} + \frac{(50-45)^2}{45} = 6.87$

自由度(2-1)×(3-1)=2のカイ二乗分布で臨界値は5.99
臨界値を超えているのでH_1を採択
性別と信心の間に関連性があるといえる

（3）比率の比較と検定の結果を踏まえて、上のクロス表から分かる客観的な事実を文章で表現しなさい。

解答例：991人の標本調査では、女性よりも男性の方が死後の世界を信じている割合が7.5ポイント高いことがわかった。この結果について独立性の検定をおこなうと、統計的に有意だった（対立仮説が採択された）ので、1991年アメリカ社会全体でも女性より男性の方が死後の世界を信じていた、と主張できる。

5.「幼児期に母親が外で働くことは子どもの成長に悪い」という意見に賛成か反対かを＋2点（とても賛成）～－2点（とても反対）の5段階で答えてもらう調査を行った。996人から回答を得て、平均値が-0.52、標準偏差が1.25であった。

（1）95%の信頼度で平均得点の信頼区間を区間推定せよ。

自由度996-1=995は十分大きいので、自由度∞のt分布（標準正規分布）を利用する。

$$\bar{X} - 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$-0.52 - 1.96 \times \frac{1.25}{\sqrt{996}} < \mu < -0.52 + 1.96 \times \frac{1.25}{\sqrt{996}}$$

$$-0.52 - 0.08 < \mu < -0.52 + 0.08$$

$$-0.60 < \mu < -0.44$$

母集団の平均得点は-0.60～-0.44と推定できる

（2）母集団でも、「平均値が0より小さい（全体的には、母親の仕事は有害と考えられない傾向がある）」と判断してよいであろうか。有意水準5%で検定せよ。（両側検定で）

$\begin{cases} H_0：賛否の平均値は0である \\ H_1：賛否の平均値は0より小さい \end{cases}$

平均の検定を行う

$t = \frac{(\bar{X} - \mu)}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{-0.52 - 0}{\frac{1.25}{\sqrt{996}}} = -13.13$

自由度996-1=995のt分布（標準正規分布）で、臨界値は±1.96

臨界値を超えているので、H_1を採択

賛否の平均値は0より小さいといえる

6. 30代の既婚男性と未婚男性を200人ずつ調べると、自分の父親がすでに亡くなっている人の割合に違いがあった。父親の死亡率は、既婚男性では10%だったのに対して、未婚男性では19%であった。

（1）この結果から未婚男性の方が父親の死亡率が高いと一般化してよいだろうか。平均の差の検定を応用して、比率の差を有意水準5%で検定しなさい。

ダミー変数とみなして、それぞれのグループの平均、標準偏差を算出すると、

未婚：$n_1 = 200, \quad \bar{X}_1 = p = 0.10, \quad s_1 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.10 \times 0.90} = 0.30$

既婚：$n_2 = 200, \quad \bar{X}_2 = p = 0.19, \quad s_2 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.19 \times 0.81} = 0.39$

$\begin{cases} H_0：既婚男性と未婚男性で、父親の死亡率は変わらない \\ H_1：既婚男性より未婚男性の方が父親の死亡率が高い \end{cases}$

平均の差の検定の応用で比率の差の検定を行う

$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{0.10 - 0.19}{0.035} = -2.57 \left(※ s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{199 \times 0.30^2 + 199 \times 0.39^2}{398} \times \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200}\right)} = \sqrt{\frac{0.30^2 + 0.39^2}{200}} = 0.035 \right)$

自由度200+200-2=398のt分布（標準正規分布）で、臨界値は±1.96

臨界値を超えているので、H_1を採択

未婚男性の方が父親の死亡率が高いといえる

（2）既婚男性と未婚男性の父親死亡率を、それぞれ95%の信頼度で区間推定しなさい。

自由度200-1=199は十分大きいので、自由度∞のt分布（標準正規分布）を利用する。

$$\bar{X} - 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

既婚男性の父親死亡率は、以下のとおり6～14%と推定できる。

$$0.10 - 1.96 \times \frac{0.30}{\sqrt{200}} < \mu < 0.10 - 1.96 \times \frac{0.30}{\sqrt{200}}$$

$$0.10 - 0.04 < \mu < 0.10 + 0.04$$

$$0.06 < \mu < 0.14$$

未婚男性の場合は、同様に14～24%と推定できる。

$$0.19 - 1.96 \times \frac{0.39}{\sqrt{200}} < \mu < 0.19 - 1.96 \times \frac{0.39}{\sqrt{200}}$$

$$0.19 - 0.05 < \mu < 0.19 + 0.05$$

$$0.14 < \mu < 0.24$$

（3）（1）と同じ内容の比率の差の検定を、独立性の検定の応用でおこないなさい。

比率からクロス表を作成すると、以下のようになる（200×0.10=20など）

	父親が死亡	父親が生存	合計
既婚男性	20	180	200
未婚男性	38	162	200
合計	58	342	400

このクロス表で独立性の検定を行う

H_0：婚姻状態と父親の死亡の間に関連性はない（独立）

H_1：婚姻状態と父親の死亡の間に関連性がある（独立ではない）

期待度数は以下のとおり（たとえば左上のセルは$\frac{200}{400}\times\frac{58}{400}\times 400=29$）

	父親が死亡	父親が生存	合計
既婚男性	29	171	200
未婚男性	29	171	200
合計	58	342	400

$\chi^2=\frac{(20-29)^2}{29}+\frac{(180-171)^2}{171}+\frac{(38-29)^2}{29}+\frac{(162-171)^2}{171}=6.53$

自由度(2-1)×(2-1)=1のカイ二乗分布で臨界値は3.84

臨界値を超えているのでH_1を採択

未婚男性の方が父親の死亡率が高いといえる