

※p.32～34の解答

1. 一般に、「検定に合格」とはどういう状態を指すか。以下の(1)～(8)のそれぞれについて、正しい方に○を付けなさい。

- (1) A 調査でわかったことが母集団についても成り立つ
B 調査でわかったことが母集団については成り立たない
- (2) A 調査結果が偶然の産物にすぎない可能性が結構ある
 B 調査結果が偶然の産物である可能性はほとんどない
- (3) A 帰無仮説を棄却する
B 対立仮説を棄却する
- (4) A 帰無仮説を採択する
 B 対立仮説を採択する
- (5) A 手元のような調査結果が偶然に得られる確率が5%以上ある
 B 手元のような調査結果が偶然に得られる確率は5%未満しかない
- (6) A 検定統計量が臨界値を超えている(臨界値の外側)
B 検定統計量が臨界値を超えていない(臨界値の内側)
- (7) A 調査結果が統計的に有意である
B 調査結果が統計的に有意ではない
- (8) A 平均の差の検定の場合、「平均の差がある」といえる
B 「平均の差がある」といえない

2. 次のような場合に、検定の結果はどのように判断されるのか。(1)～(8)のそれぞれについて、正しい方に○を付け、結論を具体的な文で記しなさい。

(1) 顧客満足度調査では、男性の平均が5.5点、女性の平均が7.2点だった。平均の差を検定すると、 $t = -3.27$ で、臨界値が ± 2.02 。

⇒ 検定統計量が臨界値を[超えている・超えていない]

検定に[合格・不合格]

H_0 を[棄却・採択]

結論(…といえる/いえないという形で)：

母集団で 男女の平均の差があるといえる

(2) 去年の4年生は選挙に行ったことのある学生が45%しかいなかったが、今年の4年生は52%いた。今年の方が選挙に行った比率が高いとよいか、0/1のダミー変数と考へて、比率の差を検定すると、 $t = 1.44$ で、臨界値が ± 1.96 。

⇒ 検定統計量が臨界値を[超えている・超えていない]

検定に[合格・不合格]

H_0 を[棄却・採択]

結論(…といえる/いえないという形で)：

母集団で 今年の方が選挙に行った比率が高いとはいえない

- (3) 小学生のテレビ視聴時間は1日1時間程度と予想していたが、調査では平均1.3時間という結果が出た。平均は1時間でないと結論づけてよいか、平均の検定をすると、 $t=1.69$ で、臨界値が ± 1.96 。

⇒ 検定統計量が臨界値を [超えている・超えていない]
 検定に [合格・不合格]
 H_0 を [棄却・採択]
 結論 (…といえる/いえないという形で) :

母集団で テレビ視聴時間の平均は1時間でないとはいえない

- (4) -5 点 $\sim +5$ 点の範囲で、自分の性格を自己評価してもらったところ、平均値は -0.8 点になった。性格の自己評価は標準 (± 0) よりも低いとってよいか。平均の検定の結果は、 $t=-4.29$ で、臨界値が ± 2.04 。

⇒ 検定統計量が臨界値を [超えている・超えていない]
 検定に [合格・不合格]
 H_0 を [棄却・採択]
 結論 (…といえる/いえないという形で) :

母集団で 性格の自己評価が標準 (± 0) よりも低いといえる

3. 「幼児期に母親が外で働くことは子どもの成長に悪い」という意見に賛成か反対かを $+2$ 点 (とても賛成) ~ -2 点 (とても反対) の5段階で答えてもらう調査を行った。996人から回答を得て、平均値が -0.52 、標準偏差が 1.25 であった。

- (1) 95%の信頼度で平均得点の信頼区間を区間推定せよ。

自由度 $996-1=995$ は十分大きいので、自由度 ∞ のt分布 (標準正規分布) を利用する。

$$\begin{aligned} \bar{X} - 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} \\ -0.52 - 1.96 \times \frac{1.25}{\sqrt{996}} < \mu < -0.52 + 1.96 \times \frac{1.25}{\sqrt{996}} \\ -0.52 - 0.08 < \mu < -0.52 + 0.08 \\ -0.60 < \mu < -0.44 \end{aligned}$$

母集団の平均得点は $-0.60 \sim -0.44$ と推定できる

- (2) 母集団でも、「平均値が0より小さい (全体的には、母親の仕事は有害と考えられない傾向がある)」と判断してよいであろうか。有意水準5%で検定せよ。

$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{賛否の平均値は0である } (\mu = 0) \\ H_1: \text{賛否の平均値は0より小さい } (\mu \neq 0) \end{array} \right.$

平均の検定を行う

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{-0.52 - 0}{\frac{1.25}{\sqrt{996}}} = -13.13$$

自由度 $996-1=995$ のt分布 (標準正規分布) で、臨界値は ± 1.96

臨界値を超えているので、 H_1 を採択

賛否の平均値は0より小さいといえる

4. ある2つの地域で5年生を20人ずつ無作為に選んで、算数の学力試験を行った。その結果、地域Aでは、平均得点が73点、標準偏差が10.0であった。一方、地域Bでは、平均得点が68点、標準偏差が8.0であった。

2つの地域で算数の学力に差があると言ってよいであろうか (平均得点に差があると言ってよいであろうか)。有意水準5%で検定を行え。

$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{2つの地域で平均得点に差がない } (\mu_1 = \mu_2) \\ H_1: \text{2つの地域で平均得点に差がある } (\mu_1 \neq \mu_2) \end{array} \right.$

平均の差の検定を行う

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\frac{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}{\sqrt{n_1 + n_2}}} = \frac{73 - 68}{2.86} = 1.75 \quad \left(\text{※ } s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{19 \times 10.0^2 + 19 \times 8.0^2}{38}} \times \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{20} \right) = \sqrt{\frac{10.0^2 + 8.0^2}{20}} = 2.86 \right)$$

自由度 $20+20-2=38$ のt分布 (自由度40で代用) で、臨界値は ± 2.02

臨界値を超えていないので、 H_0 を採択

2つの地域で平均得点に差があるとはいえない

5. ある県の35歳の男性700人を調査して、父親が存命の場合と亡くなっている場合に分けて分析をした。その結果、父親が存命の男性は576人いて、そのうち360人(62.5%)が結婚していた。一方、父親が亡くなっている男性は124人いて、結婚しているのは62人(50.0%)だった。

- (1) この結果から、「父親が亡くなっている男性の方が、35歳で結婚している割合が低くなる」と一般化してよいだろうか。平均の差の検定を応用して、比率の差を有意水準5%で検定しなさい。

ダミー変数とみなして、それぞれのグループの平均、標準偏差を算出すると、

$$\text{未婚: } n_1 = 576, \quad \bar{X}_1 = p = 0.625, \quad s_1 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.625 \times 0.375} = 0.484$$

$$\text{既婚: } n_2 = 124, \quad \bar{X}_2 = p = 0.500, \quad s_2 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.500 \times 0.500} = 0.500$$

- $\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{父親の有無で、結婚率は変わらない} (\mu_1 = \mu_2) \\ H_1: \text{父親が亡くなっている方が結婚率が低い} (\mu_1 \neq \mu_2) \end{array} \right.$

平均の差の検定の応用で比率の差の検定を行う

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{0.625 - 0.500}{0.048} = 2.60 \quad \left(\text{※ } s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{575 \times 0.484^2 + 123 \times 0.500^2}{698}} \times \left(\frac{1}{576} + \frac{1}{124} \right) = 0.048 \right)$$

自由度 $576 + 124 - 2 = 698$ の t 分布 (標準正規分布) で、臨界値は ± 1.96

臨界値を超えているので、 H_1 を採択

父親が亡くなっている方が結婚率が低いと一般化してよい

- (2) 父親が亡くなっている男性と亡くない男性のそれぞれについて、母集団での既婚率を95%の信頼度で区間推定しなさい。

自由度 $576 - 1 = 575$ は十分大きいので、自由度 ∞ の t 分布 (標準正規分布) を利用する。

$$\bar{X} - 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

父親が存命の場合の結婚率は、以下のとおり $58.5 \sim 66.5\%$ と推定できる。

$$0.625 - 1.96 \times \frac{0.484}{\sqrt{576}} < \mu < 0.625 + 1.96 \times \frac{0.484}{\sqrt{576}}$$

$$0.625 - 0.149 < \mu < 0.625 + 0.149$$

$$0.585 < \mu < 0.665$$

父親が亡くなっている場合は、同様に $41.2 \sim 58.8\%$ と推定できる。

$$0.500 - 1.96 \times \frac{0.500}{\sqrt{124}} < \mu < 0.500 + 1.96 \times \frac{0.500}{\sqrt{124}}$$

$$0.500 - 0.088 < \mu < 0.500 + 0.088$$

$$0.412 < \mu < 0.588$$

※p.31の解答

1. ある会社で社員の中から無作為に選ばれた正規雇用の20人、非正規の12人に、会社への満足度を尋ねて得点化した。その結果、正規雇用の満足度は平均50点、標準偏差10であり、非正規の満足度は平均43点、標準偏差8であった。母集団において正規と非正規の間に満足度に差があるといえるか。有意水準5%で検定せよ。

- $\left\{ \begin{array}{l} H_0: \text{正規と非正規で平均満足度に差がない} (\mu_1 = \mu_2) \\ H_1: \text{正規と非正規で平均満足度に差がある} (\mu_1 \neq \mu_2) \end{array} \right.$

平均の差の検定を行う

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{50 - 43}{3.40} = 2.06 \quad \left(\text{※ } s_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \sqrt{\frac{19 \times 10.0^2 + 11 \times 8.0^2}{30}} \times \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{12} \right) = 3.40 \right)$$

自由度 $20 + 12 - 2 = 30$ の t 分布で、臨界値は ± 2.04

臨界値を超えているので、 H_1 を採択

正規と非正規で平均満足度に差があるといえる

2. 2009年全国家族調査の結果から、30代前半（30～34歳）で働く男女の通勤時間を整理すると次のようになった。男性の方が8.1分通勤時間が長いことがわかる。

男性：228名、平均34.0分、標準偏差23.3分

女性：173名、平均25.9分、標準偏差20.7分

(1) この調査結果ら、母集団でも「男性の方が平均通勤時間が長い」と結論づけてもよいだろうか。有意水準5%で平均の差を検定しなさい。

$$\begin{cases} H_0: \text{男女で平均通学時間に違いはない} (\mu_1 = \mu_2) \\ H_1: \text{男性の方が平均通学時間が長い} (\mu_1 \neq \mu_2) \end{cases}$$
 平均の差の検定を行う

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{34.0 - 25.9}{2.24} = 3.62 \quad \left(\text{※ } s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{227 \times 23.3^2 + 172 \times 20.7^2}{399} \times \left(\frac{1}{228} + \frac{1}{173} \right)} = 2.24 \right)$$

自由度228+173-2=399のt分布（標準正規分布）で、臨界値は±1.96
 臨界値を超えているので、 H_1 を採択
 男性の方が平均通学時間が長いといえる

(2) 現代日本社会において、30代前半の男女で通勤時間に差があるのはなぜか。あなたの意見を論理的な文章で示しなさい。

(略) ※通常考えるべきことは、家事・保育所の送り迎え等に関わるジェンダー差。

3. 大阪府の成人から300人を無作為に選び、現在の内閣を支持するかどうかを尋ねた。結果は55%が支持しているというものであった（300人全員が回答したものとする）。

(1) 母集団において内閣の支持率は50%より高いといえるか。有意水準5%で検定せよ。

ダミー変数とみなして、平均、標準偏差を算出すると、
 $n = 300, \quad \bar{X} = p = 0.55, \quad s = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.55 \times 0.45} = 0.497$

$$\begin{cases} H_0: \text{内閣の支持率は50\%である} (\mu = 0.50) \\ H_1: \text{内閣の支持率は50\%より大きい} (\mu \neq 0.50 \text{ あるいは}) \end{cases}$$
 平均の検定の応用で比率の検定を行う

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{0.55 - 0.50}{\frac{0.497}{\sqrt{300}}} = 1.74$$

自由度300-1=299のt分布（標準正規分布）で、臨界値は±1.96
 臨界値を超えていないので、 H_0 を採択
 内閣の支持率が50%より大きいとはいえない

(2) 先月、やはり300人に調査をしたときには、支持率が58%であったという。母集団において、先月と今月の間に差があったといえるか。有意水準5%で検定せよ。

ダミー変数とみなして、先月と今月の平均、標準偏差を算出すると、
 先月： $n_1 = 300, \quad \bar{X}_1 = p = 0.58, \quad s_1 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.58 \times 0.42} = 0.494$
 今月： $n_2 = 300, \quad \bar{X}_2 = p = 0.55, \quad s_2 = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{0.55 \times 0.45} = 0.497$

$$\begin{cases} H_0: \text{先月と今月の支持率に差はない} (\mu_1 = \mu_2) \\ H_1: \text{先月と今月の支持率に差がある} (\mu_1 \neq \mu_2) \end{cases}$$
 平均の差の検定の応用で比率の差の検定を行う

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{0.58 - 0.55}{0.040} = 0.75$$

$$\left(\text{※ } s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{299 \times 0.494^2 + 299 \times 0.497^2}{598} \times \left(\frac{1}{300} + \frac{1}{300} \right)} = \sqrt{\frac{0.494^2 + 0.497^2}{300}} = 0.040 \right)$$

自由度300+300-2=598のt分布（標準正規分布）で、臨界値は±1.96
 臨界値を超えていないので、 H_0 を採択
 先月と今月の支持率に差があったとはいえない