

§9. ベクトル空間の直和分解

ここでは、ベクトル空間を部分空間の直和に分解することを考える。ベクトル空間に対する直和分解は整数や多項式の因数分解の「空間版」ということができる(但し、分解の一意性はない)。いつものように、 $\mathbb{K}$ は体とする。

● 9-1 : 直和の定義

補題 9-1-1

V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間とし、 W_1, W_2 を V の部分空間とする。このとき、

$$(9-1 a) \quad W_1 + W_2 = \{ w_1 + w_2 \mid w_1 \in W_1, w_2 \in W_2 \}$$

は V の部分空間になる。これを W_1, W_2 の**和空間**という。

より一般に、 $W_i (i = 1, \dots, l)$ を V の部分空間とすると、

$$(9-1 b) \quad W_1 + \dots + W_l = \{ w_1 + \dots + w_l \mid w_1 \in W_1, \dots, w_l \in W_l \}$$

は V の部分空間になる。これを $W_1, \dots, W_l$ の**和空間**という。 $W_1 + \dots + W_l$ を $\sum_{i=1}^l W_i$ と書くこともある。

上の証明は易しいので省略する。

定理 9-1-2

V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間とし、 W_1, W_2 を V の部分空間とする。このとき、次の3条件は互いに同値である。

- (i) $W_1 + W_2$ の任意の元は $w_1 + w_2 (w_1 \in W_1, w_2 \in W_2)$ のように一意的に書き表わされる。すなわち、

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 = w'_1 + w'_2 \\ (w_1, w'_1 \in W_1, w_2, w'_2 \in W_2) \implies w_1 = w'_1, w_2 = w'_2. \end{aligned}$$

- (ii) $w_1 \in W_1, w_2 \in W_2$ が $w_1 + w_2 = 0_V$ を満たすならば、 $w_1 = w_2 = 0_V$ である。

- (iii) $W_1 \cap W_2 = \{0_V\}$.

上の同値な条件のいずれかが成り立つとき、 W_1, W_2 は V において**直和**であるといい、和空間 $W_1 + W_2$ を $W_1 \oplus W_2$ で表わす。

(証明)

(i) $\implies$ (ii) の証明: $w_1 \in W_1, w_2 \in W_2$ が $w_1 + w_2 = 0_V$ を満たすとき、 $w_1 + w_2 = 0_V = 0_V + 0_V$ と書ける。 $0_V \in W_1 \cap W_2$ であるから、(i) により $w_1 = 0_V, w_2 = 0_V$ を得る。

(ii) $\implies$ (iii) の証明: $w \in W_1 \cap W_2$ を任意にとる。このとき、 $w + (-w) = 0_V$ である。 $w \in W_1, -w \in W_2$ であるから、(ii) により $w = 0_V$ を得る。

(iii) $\implies$ (i) の証明: $w_1, w'_1 \in W_1, w_2, w'_2 \in W_2$ について、 $w_1 + w_2 = w'_1 + w'_2$ が成り立っているとすると、このとき、 $w_1 - w'_1 = w'_2 - w_2$ となる。左辺は W_1 に属し、右辺は W_2 に属しているから、 $w_1 - w'_1 \in W_1 \cap W_2 = \{0_V\}$ となる。故に、 $w_1 = w'_1$ を得る。これを $w_1 + w_2 = w'_1 + w'_2$ に代入して $w_2 = w'_2$ を得る。□

例 9-1-3 $\mathbb{R}^2$ において部分空間

$$W_1 = \left\{ t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}, \quad W_2 = \left\{ t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

は、 $W_1 \cap W_2 = \{0\}$ を満たすので、直和である。 $W_1 + W_2 = \mathbb{R}^2$ であるから、 $\mathbb{R}^2 = W_1 \oplus W_2$ と表わされる。

例 9-1-4 $M_n(\mathbb{R})(=M_{nn}(\mathbb{R}))$ の部分空間

$$\text{Sym}_n(\mathbb{R}) = \{ A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^T = A \}, \quad \text{Alt}_n(\mathbb{R}) = \{ A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^T = -A \}$$

について、

$$M_n(\mathbb{R}) = \text{Sym}_n(\mathbb{R}) \oplus \text{Alt}_n(\mathbb{R}).$$

(証明)

$$\textcircled{1} \quad M_n(\mathbb{R}) = \text{Sym}_n(\mathbb{R}) + \text{Alt}_n(\mathbb{R})$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Sym}_n(\mathbb{R}) \cap \text{Alt}_n(\mathbb{R}) = \{O\}$$

を示せばよい。

①の証明：任意の $A \in M_n(\mathbb{R})$ は $A = \frac{A+A^T}{2} + \frac{A-A^T}{2}$ により書くことができる。 $\frac{A+A^T}{2} \in \text{Sym}_n(\mathbb{R})$, $\frac{A-A^T}{2} \in \text{Alt}_n(\mathbb{R})$ であるから、 $M_n(\mathbb{R}) \subset \text{Sym}_n(\mathbb{R}) + \text{Alt}_n(\mathbb{R})$ を得る。逆向きの包含関係は自明に成立するから、等式①を得る。

②の証明：任意に $A \in \text{Sym}_n(\mathbb{R}) \cap \text{Alt}_n(\mathbb{R})$ をとると、 $A \in \text{Sym}_n(\mathbb{R})$ より $A^T = A$ であり、 $A \in \text{Alt}_n(\mathbb{R})$ より $A^T = -A$ である。これより、 $A = -A$ すなわち、 $A = O$ を得る。 $\square$

[定理 9-1-2] と同様に次を証明することができる。

定理 9-1-5

V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間、 $W_1, \dots, W_l$ をその部分空間とする。次の3つは同値である。

- (i) $W_1 + \dots + W_l$ の任意の元は $w_1 + \dots + w_l$ ($w_i \in W_i, i = 1, \dots, l$) と一意的に表わされる。
- (ii) $w_1 \in W_1, \dots, w_l \in W_l$ が $w_1 + \dots + w_l = 0_V$ を満たすならば、すべての $i = 1, \dots, l$ について $w_i = 0_V$ である。
- (iii) 任意の $i = 1, \dots, l$ に対して、 $W_i \cap (\sum_{j \neq i} W_j) = \{0_V\}$ 。

上の同値な条件のいずれかが成り立つとき、 $W_1, \dots, W_l$ は V において直和であるといい、和空間 $W_1 + \dots + W_l$ を $W_1 \oplus \dots \oplus W_l$ または $\bigoplus_{i=1}^l W_i$ で表わす。

例 9-1-6 $M_3(\mathbb{K})$ の部分空間

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \mid a_{11}, a_{22}, a_{33} \in \mathbb{K} \right\}, \quad W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mid a_{12}, a_{13}, a_{23} \in \mathbb{K} \right\},$$

$$W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{pmatrix} \mid a_{21}, a_{31}, a_{32} \in \mathbb{K} \right\}$$

は $M_3(\mathbb{K})$ において直和であり、 $M_3(\mathbb{K}) = W_1 + W_2 + W_3$ となる。したがって、 $M_3(\mathbb{K}) = W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$ と表わされる。

● 9-2 : 射影作用素と直和分解

ベクトル空間 V 上の線形変換 P が $P^2 = P$ を満たすとき、 P は V 上の射影作用素と呼ばれる。例えば、 $V = \mathbb{K}^3$ とし、 $P: V \rightarrow V$ を

$$P\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

と定めると、 P は $P^2 = P$ を満たすから、 V 上の射影作用素である。

定理 9-2-1

V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間、 $P: V \rightarrow V$ を V 上の射影作用素とする。このとき、

$$V = \text{Ker } P \oplus \text{Im } P.$$

(証明)

• $\text{Ker } P \cap \text{Im } P = \{0\}$ であること：任意に $v \in \text{Ker } P \cap \text{Im } P$ をとる。 $v \in \text{Im } P$ より $v = P(u)$ ($u \in V$) と書ける。このとき、 $P^2 = P$ であり、 $P(v) = 0$ であるから、 $P(u) = P^2(u) = P(v) = 0$ を得る。故に、 $v = P(u) = 0$ となる。

• $V = \text{Ker } P + \text{Im } P$ であること：任意に $v \in V$ をとると、 $v = (v - P(v)) + P(v)$ と書くことができる。ここで、 $P(v) \in \text{Im } P$ であり、また、

$$P(v - P(v)) = P(v) - P^2(v) = P(v) - P(v) = 0$$

ゆえ、 $v - P(v) \in \text{Ker } P$ である。故に、 $v = (v - P(v)) + P(v) \in \text{Ker } P + \text{Im } P$ がわかる。□

例 9-2-2 上の定理を使い、[例 9-1-4] を再導出しよう。写像 $P: M_n(\mathbb{R}) \rightarrow M_n(\mathbb{R})$ を

$$P(A) = \frac{A + A^T}{2} \quad (A \in M_n(\mathbb{R}))$$

によって定義する。 P は $M_n(\mathbb{R})$ 上の線形変換であり、 $P^2 = P$ を満たすので、射影作用素である。したがって、 $M_n(\mathbb{R}) = \text{Ker } P \oplus \text{Im } P$ が成り立つ。 $\text{Ker } P = \text{Alt}_n(\mathbb{R})$, $\text{Im } P = \text{Sym}_n(\mathbb{R})$ であるから、 $M_n(\mathbb{R}) = \text{Sym}_n(\mathbb{R}) \oplus \text{Alt}_n(\mathbb{R})$ を得る。□

[定理 9-2-1] において $P_2 = \text{id}_V - P$ とおく、つまり、写像 $P_2: V \rightarrow V$ を $P_2(v) = v - P(v)$ ($v \in V$) により定めると、これも射影作用素となり、[定理 9-2-1] の証明より $\text{Ker } P = \text{Im } P_2$ が成立する。[定理 9-2-1] の一般化として次の定理を得る。

定理 9-2-3

$\mathbb{K}$ 上のベクトル空間 V 上に次の①, ②を満たす l 個の $\mathbb{K}$ -線形変換 $P_i: V \rightarrow V$ ($i = 1, \dots, l$) が与えられているとする。

$$\textcircled{1} \quad P_i \circ P_j = \delta_{ij} P_i \quad (i, j = 1, \dots, l),$$

$$\textcircled{2} \quad P_1 + \dots + P_l = \text{id}_V \quad (\text{つまり、任意の } v \in V \text{ は } v = P_1(v) + \dots + P_l(v) \text{ と表わされる}).$$

但し、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。このとき、 V は次のように直和分解される：

$$V = \text{Im } P_1 \oplus \dots \oplus \text{Im } P_l.$$

● 9-3：直和と次元

定理 9-3-1

$\mathbb{K}$ 上の有限次元ベクトル空間 V は部分空間 $W_1, \dots, W_l$ の直和であるとする：

$$V = W_1 \oplus \dots \oplus W_l.$$

このとき、各 W_i ($i = 1, \dots, l$) から基底 $\mathcal{B}_i$ を一組とり、これらを並べて V のベクトルの組 $\mathcal{B}$ を作ると、これは V の基底となる。特に、

$$(9-3 \text{ a}) \quad \dim V = \dim W_1 + \dots + \dim W_l$$

が成り立つ。上のようにして得られる V の基底 $\mathcal{B}$ を $\mathcal{B}_1 \sqcup \dots \sqcup \mathcal{B}_l$ と表わす。

(証明の方針)

各 $i = 1, \dots, l$ に対して $\mathcal{B}_i = "e_{i1}, \dots, e_{in_i}"$ とおくと、 $\mathcal{B} = "e_{11}, \dots, e_{1n_1}, \dots, e_{l1}, \dots, e_{ln_l}"$ となる。これが V の基底になることを示せばよい。 $\square$

● 9-4 : 和空間が直和になるための次元に関する条件

(直和とは限らない) 和空間の次元については次が成り立つ。

定理 9-4-1 (和空間に対する次元公式)

V を $\mathbb{K}$ 上の有限次元ベクトル空間、 W_1, W_2 をその部分空間とする。このとき、

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2).$$

(証明の方針)

$\dim W_1 = m, \dim W_2 = n, \dim(W_1 \cap W_2) = k$ とする。 $W_1 \cap W_2$ の基底 " $u_1, \dots, u_k$ " をとる。基底の延長定理により、 $u_1, \dots, u_k$ に適当な $(m-k)$ 個のベクトル $w_1, \dots, w_{m-k} \in W_1$ を付け加えて、 W_1 の基底を作ることができる。同様に、 $u_1, \dots, u_k$ に適当な $(n-k)$ 個のベクトル $w'_1, \dots, w'_{n-k} \in W_2$ を付け加えて、 W_2 の基底を作ることができる。このとき、

$$(9-4 a) \quad "u_1, \dots, u_k, w_1, \dots, w_{m-k}, w'_1, \dots, w'_{n-k}"$$

は $W_1 + W_2$ の基底をなす。実際、(9-4 a) が $W_1 + W_2$ を張ることはすぐにわかる。一次独立であることは、(9-4 a) の一次結合を 0_V とおいて、すべての係数が 0 となることを示せばよい。こうして、(9-4 a) が $W_1 + W_2$ の基底となることがわかるので、

$$\dim(W_1 + W_2) = k + (m-k) + (n-k) = m + n - k = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2). \quad \square$$

系 9-4-2

V を $\mathbb{K}$ 上の有限次元ベクトル空間、 W_1, W_2 をその部分空間とする。このとき、

$$W_1 + W_2 = W_1 \oplus W_2 \iff \dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2.$$

注意. ここでは説明を省略するが、 l 個の部分空間の和空間についても、[系 9-4-2] と同様の結果が成り立つ。

● 9-5 : 写像の直和

$\mathbb{K}$ 上のベクトル空間 V は $V = W_1 \oplus \dots \oplus W_l$ のように、部分空間 $W_1, \dots, W_l$ の直和で表わされているとする。このとき、各 W_i ($i = 1, \dots, l$) 上に線形変換 $T_i : W_i \rightarrow W_i$ が与えられると、 V 上の線形変換 $T : V \rightarrow V$ が次式によって定まる：

$$(9-5 a) \quad T(v) = T_1(w_1) + \dots + T_l(w_l) \quad (v = w_1 + \dots + w_l \ (w_i \in W_i, i = 1, \dots, l)).$$

この T を $T_1, \dots, T_l$ の**直和**といい、 $T_1 \oplus \dots \oplus T_l$ によって表わす。

命題 9-5-1

$\mathbb{K}$ 上の有限次元ベクトル空間 V は部分空間 $W_1, \dots, W_l$ の直和で表わされているとする： $V = W_1 \oplus \dots \oplus W_l$. 各 W_i ($i = 1, \dots, l$) 上に線形変換 $T_i : W_i \rightarrow W_i$ が与えられているとし、 W_i の基底 $\mathcal{B}_i$ に関する行列表示が A_i であったとする。このとき、 V の基底 $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \sqcup \dots \sqcup \mathcal{B}_l$ に関する $T = T_1 \oplus \dots \oplus T_l$ の行列表示は

$$\begin{pmatrix} A_1 & & \mathbf{O} \\ & \ddots & \\ \mathbf{O} & & A_l \end{pmatrix}$$

となる。この行列を $A_1, \dots, A_l$ の**直和**と呼んで、 $A_1 \oplus \dots \oplus A_l$ で表わす。 $\square$

線形代数 4 事前練習用演習問題

pre9-1. $\mathbb{R}^3$ において 2 つの部分空間

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y + 3z = 0 \right\},$$

$$U = \left\{ t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

を考える。

(1) $\mathbb{R}^3 = W \oplus U$ であることを示せ。(2) $\mathbb{R}^3 = W \oplus U'$ となる $\mathbb{R}^3$ の部分空間 U' であって、 U とは異なるものの例を与えよ。

ヒントと略解（最初は見ずに解答してください）

pre9-1. (1) (i) $W \cap U = \{\mathbf{0}\}$ を示す。

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in W \cap U \text{ を任意にとると、} \mathbf{x} \in W \text{ より}$$

$$x + 2y + 3z = 0 \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

であり、 $\mathbf{x} \in U$ より

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

を満たす $t \in \mathbb{R}$ が存在する。②を①に代入して

$$t + 4t + 9t = 0 \quad \text{すなわち} \quad 14t = 0$$

を得る。これより $t = 0$ であり、②に代入して $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ を得る。(ii) $\mathbb{R}^3 = W + U$ を示す。

“ $\supset$ ” は自明なので “ $\subset$ ” を示せばよい。任意に $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ をとる。

$$(*) \quad \mathbf{x} - t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in W$$

となるとき $t \in \mathbb{R}$ を探す。

$$(*) \iff (a - t) + 2(b - 2t) + 3(c - 3t) = 0$$

より、

$$t = \frac{a + b + c}{14}$$

にとれば $\mathbf{x} - t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in W$ となることがわかる。よって、 $\mathbf{w} := \mathbf{x} - t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ とおくと、

$$\mathbf{x} = \mathbf{w} + \frac{a+b+c}{14} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in W + U$$

となることがわかる。

(i), (ii) より、 $\mathbb{R}^3 = W \oplus U$ となることが示された。

(注：(ii) は、[系 9-4-2] を利用して $\dim W + \dim U = 3$ を示してもよい。)

(2) W は 1 次方程式 $x + 2y + 3z = 0$ の実数解のなす空間であるから、 W の基底として

$$\left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

をとることができる。 $\mathbb{R}^3 = W \oplus U'$ となる $\mathbb{R}^3$ の部分空間 U' を探すには、

$$(\sharp) \quad \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right\rangle$$

が $\mathbb{R}^3$ の基底となるような $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ をみつけることができれば、部分空間 $U' = \text{Span}_{\mathbb{R}} \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \right\}$

は $\mathbb{R}^3 = W \oplus U'$ を満たす。

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & a \\ 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} \rightarrow (\text{行基本変形の繰り返し}) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & a + 2b + 3c \end{pmatrix}$$

となるから、 $a + 2b + 3c \neq 0$ であれば、 $\text{rank} \begin{pmatrix} -2 & -3 & a \\ 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix} = 3$ 、すなわち、 $(\sharp)$ は $\mathbb{R}^3$ の

基底になる。よって、 $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ として例えば、 $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ をとると、 $U' = \text{Span}_{\mathbb{R}} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ は

$\mathbb{R}^3 = W \oplus U'$ を満たす。さらに、 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \notin U$ であるから、 $U' \neq U$ である。

線形代数4・第9回(2025年11月24日)演習問題事前練習シート

※このシートをA4片面1枚に印刷して、授業前までに事前練習用演習問題の解答をここに書いてください。略解を参照して答え合わせをしたものを授業に持参してください。但し、このシートは提出せず、各自で保管してください。

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q1. V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間とし、 W_1, W_2, W_3 をその部分空間とする。(1) 和空間 $W_1 + W_2 + W_3$ はどのような V の部分空間か？

$$W_1 + W_2 + W_3 = \underline{\hspace{10cm}}$$

(2) W_1, W_2, W_3 が V において直和であるとは、どのような条件が満たされるときをいうか。その同値な条件を列挙せよ。

(i) _____

(ii) _____

(iii) _____

(3) 記号 $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3$ は、どのようなときに使用することができ、何を表わすか？[使用できるための条件] : _____ $W_1 \oplus W_2 \oplus W_3 =$ _____Q2. V を $\mathbb{K}$ 上のベクトル空間とする。(1) V 上の射影作用素とは何か。その定義を述べよ。(2) V 上に射影作用素 P が与えられたとき、 V はどのような部分空間の直和に分解されるか？

$$V = \underline{\hspace{10cm}}$$

Q3. $\mathbb{K}$ 上の有限次元ベクトル空間 V は部分空間 W_1, W_2, W_3 の直和であるとする：

$$V = W_1 \oplus W_2 \oplus W_3.$$

(1) W_1 の基底 $\mathcal{B}_1 = "e_1, \dots, e_l"$, W_2 の基底 $\mathcal{B}_2 = "e'_1, \dots, e'_m"$, W_3 の基底 $\mathcal{B}_3 = "e''_1, \dots, e''_n"$ から V の基底はどのように構成されるか？(2) $\dim V$ は $\dim W_i$ ($i = 1, 2, 3$) を用いてどのように表わされるか。

$$\dim V = \underline{\hspace{10cm}}$$

(3) 各 W_i ($i = 1, 2, 3$) 上に $\mathbb{K}$ -線形変換 T_i が与えられたとする。(i) V 上の線形変換 $T = T_1 \oplus T_2 \oplus T_3$ はどのような写像か。その定義を述べよ。(ii) W_i ($i = 1, 2, 3$) の基底 $\mathcal{B}_i$ から (1) のように構成される V の基底を $\mathcal{B}$ とおく。 $\mathcal{B}$ に関する T の行列表示は、 $\mathcal{B}_i$ に関する T_i の行列表示 A_i を用いてどのように与えられるか。

Q4. 第9回の授業で学んだ事柄について、わかりにくかったことや考えたことなどがあれば、書いてください。