

線形代数3 演習問題

1-1. A を実数の成分からなる正則な n 次正方行列として、写像 $\langle \cdot, \cdot \rangle_A : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_A = \mathbf{y}^T A^T A \mathbf{x} \quad (\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n)$$

によって定義する。

- (1) E_n を n 次単位行列とする。 $\langle \cdot, \cdot \rangle_{E_n}$ は \mathbb{R}^n の通常の内積に一致することを確認せよ。
- (2) 任意の $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ に対して $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle_A = \langle A\mathbf{x}, A\mathbf{y} \rangle_{E_n}$ が成り立つことに注意して、 $\langle \cdot, \cdot \rangle_A$ は \mathbb{R}^n 上の1つの内積になることを示せ。

1-2. $C[-\pi, \pi] = \{ f \mid f \text{ は } [-\pi, \pi] \text{ 上で定義された実数値連続関数} \}$ 上に

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx \quad (f, g \in C[-\pi, \pi])$$

によって定義される内積 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ を導入する。任意の $m, n \in \mathbb{Z}$ に対して、

$$f(x) = \sin mx, \quad g(x) = \cos nx \quad (x \in [-\pi, \pi])$$

によって定義される関数は直交することを示せ。

■ 学習内容チェックシートについて

- A4 用紙に印刷し、設問に答えてください。解答は黒の鉛筆またはシャープペンを使い、用紙に直接書き込んでください。その際、
 - 下線からはみ出さないようにしなければなりません。
 - 未解答があってははいけません。
- 第 2 回目以降の分は授業中に（次回提出する分の）用紙を配布しますが、授業を休むなどで受け取れなかった場合には、私のホームページ (<http://www2.itc.kansai-u.ac.jp/~wakui/presen7.html>) 上の pdf ファイルの中から該当するものを印刷してください。
- チェックシートの右上の日付の授業時に提出します。
- じっくり考えて解答していない、丁寧に書いていないと判断されるもの、空欄があるものは、原則として未提出扱いとします。提出期限が過ぎて提出した場合にも、未提出扱いです。
- 提出された学習内容チェックシートは次回に返却します。
- 「課題をこなした」と認められるものには、確認印を押します。確認印の押されたチェックシートは、間違えた箇所（※印）があったとしても再提出する必要はありません。
- 「課題をこなした」と認められないチェックシートには、「要再提出」「再提出不許可」「未提出扱い」の印を押します。「要再提出」の印が押されていた場合には、線形代数 3 通信の解説をよく読んで、指摘された下線（※印）の中の解答をきれいに消しゴムで消し、黒の鉛筆またはシャープペンで書き換えてください。それをシートの初回提出期限の次の回の授業時に再提出してください。再提出のチャンスはその時の 1 回のみです。
- 再提出したシートに修正すべき箇所が残っている場合、完了せずに終了となります。

■ 欠席時の学習内容チェックシートおよび演習問題について

発熱がある、体調が思わしくないときには、以下の要領で課題の提出を認めます。但し、これは応急措置であり、欠席が長期に渡る・頻繁である場合には適用されません。

- 関大 LMS のメッセージ機能を利用して、授業当日の午前 10 時までに連絡をしてください。
- 欠席当日に提出予定だった「学習内容チェックシート」は、スキャナーで PC に読み込んで、pdf ファイルに変換してください。スキャナーでの読み取りが困難な場合には、文字が鮮明に読めるようにシートを写真に撮ったのち、pdf ファイルに変換してください。用紙全体が写真に収まるように、また、用紙以外のものが写り込まないようにしてください。文字が読めない場合には、未提出扱いにすることがあります。
- pdf のファイル名は、第 1 回の「学習内容チェックシート」であれば、「学籍番号_01checkLA3.pdf」のようにします。例えば、自分の学籍番号が数 24-0000 であれば、ファイル名を「数 24-0000_01checkLA3.pdf」とします。この pdf ファイルを、関大 LMS のメッセージ機能に添付して授業開始時間までに送信してください。
- 授業の中で出題される演習問題については加点の対象になりませんが、授業終了後に問題をホームページに掲載しますので、それを演習問題解答シートに解いて、「学習内容チェックシート」と同じ要領で pdf ファイルに変換して、授業日の 20 時までに送ってもらえれば、添削して次回返却します。

■ 次回予告

今回は複素ベクトル空間上での内積の定義とその性質を学びます。

線形代数3・第1回(2025年4月7日)演習問題解答シート

学籍番号 _____ 氏名 _____

※自分の解答を以下に書いてください。書ききれない場合には、裏面に続けてください。解答には、答えだけでなく、適宜、途中の式や考察を含めてください(答えのみは評価しません)。