2024年4月18日

基礎数学演義1 第2回・問題解答&要約シート (1)

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 __________________________

Q2-1. a_i, b_j $(i, j = 0, 1, \ldots, n)$ を実数とする。

(1) 次の数を和の記号 $\sum$ を用いて表わせ。但し、必要ならば $\sum$ を 2 つ用いてよい。

(i) $a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1}$

(ii) $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(b_1 + b_2 + \cdots + b_n)$

(iii) $a_0 b_n + a_1 b_{n-1} + \cdots + a_{n-1} b_1 + a_n b_0$

(2) 次の数を積の記号 $\prod$ を用いて表わせ。但し、必要ならば $\prod$ を 2 つ用いてよい。

(i) $a_2 a_3 \cdots a_{n-1}$

(ii) $(a_1 a_2 \cdots a_n)(b_1 b_2 \cdots b_n)$

(iii) $(a_0 + b_0)(a_1 + b_1) \cdots (a_n + b_n)$

Q2-2. (1) x についての多項式 $(x-1)^n$ の展開式を、和の記号 $\sum$ を用いて表わせ。

(2) x, y についての多項式 $(x+y-1)^n$ の展開式を、2 つの和の記号 $\sum$ を用いて表わせ。

Q2-3. $(2,4)$-行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}$ と $(4,3)$-行列 $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} \end{pmatrix}$ を考える。

積 AB を計算し、その各成分を和の記号を用いて表わせ。

2024 年 4 月 18 日

基礎数学演義 1 第 2 回・問題解答&要約シート (2)

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 __________________________

Q2-4. $\prod_{i\in I} a_i$ のような記号の使い方が許される根拠は何か？ 記号 $\prod_{i\in I} a_i$ に対する第 2 - 3 節冒頭の説明の不十分なところを指摘して、その根拠を述べよ。

Q2-5. $1 \leq i \leq j \leq n$ を満たす整数 i, j の各組 (i, j) に対して、実数 a_{ij} が 1 つ定められているとする。このとき、

$$\sum_{j=1}^{n}(\sum_{i=1}^{j} a_{ij}) = \sum_{i=1}^{n}(\sum_{j=i}^{n} a_{ij})$$

が成り立つことを、[例 2 - 3 - 3] を参考に示せ。

Q2-6. $(n+1)$ 個の実数 $a_0, a_1, \cdots, a_n$ および $x_0, x_1, \cdots, x_n$ を用意する。

$$\sum_{j=0}^{n}\Bigl(\sum_{i=0}^{j} \frac{a_i}{j+1}\Bigr)x_j$$

を前問のような和の取り方の交換を行って

$$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i a_i \quad (\lambda_i \in \mathbb{R},\ i = 0, 1, \ldots, n)$$

の形に書き換えよ。