

基礎数学演義1 第3回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q3-1. (1) 数学的帰納法はどんな目的に用いるか。

(2) 数学的帰納法の内容を説明せよ。

Q3-2. n を自然数として、和

$$(*) \quad S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$$

により与えられる数を考える。

(1) $n = 1, 2, 3, 4$ に対して $(*)$ を計算し、一般の自然数 n に対して S_n がどのような分数で表わされるのかを推測せよ。(2) (1) での推測が正しいことを、命題関数 $P(n)$ を定めた上で、数学的帰納法で証明せよ。

基礎数学演義1 第3回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q3-3. 漸化式

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 3a_n + 2n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定まる数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ について、次の問いに答えよ。(1) $a_1 + 1, a_2 + 2, a_3 + 3$ を求めて、一般項 a_n がどのような式で表わされるのかを推測せよ。(2) (1) で推測した式が正しいことを、命題関数 $P(n)$ を定めた上で、数学的帰納法で証明せよ。Q3-4. 任意の整数 $n \geq 2$ と任意の実数 $h > 0$ に対して、

$$(1+h)^n > 1+nh$$

が成り立つことを、命題関数 $P(n)$ を定めた上で、数学的帰納法を用いて示せ。