No.3　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　2026 年 4 月 23 日

数学を学ぶ（関数と微分積分の基礎１）演習問題

3-1. 関数 $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}\ \ (x^2+3x+2\neq 0)$ について、次の各極限を求めよ (答えのみは不可)。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$　　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^2-2x-3}{x^2+3x+2}$

3-2. 次の極限は存在するか？存在する場合にはその値も求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin(-\sqrt{2}x)}{\sin(3x)}$　　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\left|\sin\frac{x}{2}\right|$

数学を学ぶ（関数と微分積分の基礎１）通信　[No.3]

2026 年 4 月 23 日発行

■ 第２回学習内容チェックシートについて

- Q1 の最初の枠内には、$\mathbb{R}$ の手書きによる表記を書き入れます。単に R と書くのではなく、左側の縦線を二重化して、 $\mathbb{R}$ のように書いてください。
- Q2 の 3 番目の欄には、合成関数 $g \circ f$ の定義を書きます。定義域が明示されていないもの、合成関数 $g \circ f$ に x を入力したときにどのような実数が出力されるのかが書れていないものなど、説明が不十分な解答が多かったです。8 ページの (2-4b) を書いて、「のように定義される関数」と書き添えるとよいでしょう。
- Q3 の第 3 項目の最初の枠には正接関数 tan の定義域を書き入れます。中括弧でくくられていないもの、カンマが足りないもの、$\pm, \ldots$ がないものが多かったです。
- Q4 では、解答が枠からはみ出しているものがたくさんありました。枠に収まるように書いてください。例えば、[補題 2-5-2] の (1) を書く場合、コロン：の前までか後ろの一方を書くだけで十分です。

■ 演習 2-1(2) について―合成関数の表記法

演習 2-1(2) は、「関数 $f(x) = 5\sqrt{x^2+3}$ $(x \in \mathbb{R})$ は関数 $g_1(x) = x,\ g_2(x) = 3$ $(x \in \mathbb{R})$ と関数 $h(x) = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ からどのように和、積、スカラー倍、合成を施すことにより得られるか」という問題でした。最終的な答えは $f = h \circ (5g_1^2 + g_2)$ あるいは $f(x) = \bigl(5h \circ (g_1^2 + g_2)\bigr)(x)$ $(x \in \mathbb{R})$ となります。これを $f = 5h(g_1^2 + g_2)$ や $f(x) = 5h(g_1^2 + g_2)(x)$ のように解答したものが沢山ありました。正解との違いは $\circ$ 有無のみですが、合成の記号 $\circ$ を省略すると積の意味になり、与えられた関数とは全く違うものになってしまいます。なお、$\circ$ を使わずに $f(x) = 5h\bigl(g_1^2(x) + g_2(x)\bigr)$ $(x \in \mathbb{R})$ と表現することもできますが、この問題の意図は与えられた関数をより単純な関数の和差積商、スカラー倍、合成として表わす所にあるので、答えとしては不十分です。

■ 演習 2-2 について

(1) では、$\cos\left(\dfrac{27}{8}\pi\right) = \cos\left(3\pi + \dfrac{3}{8}\pi\right)$ のように書き換えて、余弦関数の周期性あるいは加法公式を用います。すると、$\cos\left(\dfrac{27}{8}\pi\right) = -\cos\left(\dfrac{3}{8}\pi\right)$ となります。半角の公式 (2-5f) を用いて $\cos\left(\dfrac{3}{8}\pi\right)$ を計算して、$\cos\left(\dfrac{27}{8}\pi\right) = -\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ が求まります。なお、$-\cos\left(\dfrac{3}{8}\pi\right) = \cdots$ と書いて終了という答案が多々ありましたが、問われているのは $\cos\left(\dfrac{27}{8}\pi\right)$ の値なので、最終的な答えは $\cos\left(\dfrac{27}{8}\pi\right) = \cdots$ のように書くようにしてください。

(2) では、等式 $\cos(\theta - \varphi) = \cos\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi$ を余弦関数の加法公式と、余弦関数が偶関数で正弦関数が奇関数であることから導くことを含めた解答を期待していましたが、この等式を断りなく使っている答案が多かったです。

■ 次回予告

次回は連続関数について学びます。多項式関数や三角関数が連続であること、閉区間上で定義された連続関数についての重要な定理の１つである中間値の定理とその応用を学びます。

数学を学ぶ (関数と微分積分の基礎１)・第 3 回 (2026 年 4 月 23 日) 演習問題解答シート

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 __________________________

※自分の解答を以下に書いてください。書ききれない場合には、裏面に続けてください。解答には、答えだけでなく、適宜、途中の式や考察を含めてください（答えのみは評価しません）。