

基礎数学演義 3 第 4 回・問題解答&要約シート (1)

学 籍 番 号 _____ 氏 名 _____

Q4-1. m を 2 以上の整数とする。 $a, b \in \mathbb{Z}$ が $a \equiv b \pmod{m}$ を満たすとき、 $[a]_m \supset [b]_m$ が成り立つことを示せ。

Q4-2. m を 2 以上の整数とする。

(i) a, b を $0 \leq a, b \leq m-1$ を満たす整数とする。命題「 $a \neq b \implies [a]_m \neq [b]_m$ 」の対偶を書け。

(ii) (i) で書いた対偶を示すことにより、 $[0]_m, [1]_m, \dots, [m-1]_m$ の中のどの 2 つも互いに異なることを証明せよ。

Q4-3. $\bar{a} = [a]_5$ において、 $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ における和と積の表を作成せよ。

[和の演算表]

[積の演算表]

基礎数学演義 3 第 4 回・問題解答&要約シート (2)

学 籍 番 号 _____ 氏 名 _____

Q4-4. $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ の $\bar{0} = [0]_5$ 以外の各元に対して、(乗法に関する) 逆元を求めよ。

Q4-5. $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ の和 $+$ が結合法則を満たすことを証明せよ。

Q4-6. m を 2 以上の整数とする。

(i) $a, b \in \mathbb{Z}$ に対して、 $[a]_m = [b]_m$ ならば $[-a]_m = [-b]_m$ となることを示せ。

(ii) 各 $C \in \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ に対して $-C \in \mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ はどのように定義されるか。