基礎数学演義3 第5回・問題解答&要約シート(1)

学	籍	番	号		氏	名	
---	---	---	---	--	---	---	--

Q5-1. 成分が実数からなる (m,n)-行列全体 $\mathrm{M}_{mn}(\mathbb{R})$ 上に関係 \sim を、 $A,B\in\mathrm{M}_{mn}(\mathbb{R})$ に対して

 $A\sim B\iff B=PAQ$ となる正則行列 $P\in \mathrm{M}_m(\mathbb{R})$ と正則行列 $Q\in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$ が存在するによって定義する。 \sim は $\mathrm{M}_{mn}(\mathbb{R})$ 上の同値関係であることを示せ。

(i) (反射律)

(ii) (対称律)

(iii) (推移律)

基礎数学演義3 第5回・問題解答&要約シート(2)

学 籍 番	; 号	氏 名	
Q5-2. [定理 5 - 3 - 1] における	「① ⇔ ③」を文章で表	表現せよ。	

Q5-3. [定理 5-3-1] における「② ⇒ ③」の対偶を書き、その意味を文章で表現せよ。

Q5-4. \sim を集合 X ($\neq \varnothing$) 上の同値関係とする。 $x,y \in X$ に対して、

$$x \sim y \implies [x] \supset [y]$$

であることを示せ。

Q5-5. [定理5-3-1] における「① \Longrightarrow ③」を証明せよ。

Q5-6. \mathbb{Z} 上の同値関係 \sim として合同関係 $\equiv\pmod{6}$ を考える。この同値関係に関する 4 の 同値類 [4] は \mathbb{Z} のどのような部分集合か?同値類の定義に基づいて与えたのち、できるだけわかりやすい言葉に言い換えよ。