

基礎数学演義3 第5回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q5-1. 成分が実数からなる (m, n) -行列全体 $M_{mn}(\mathbb{R})$ 上に関係 \sim を、 $A, B \in M_{mn}(\mathbb{R})$ に対して

$A \sim B \stackrel{\text{def}}{\iff} B = PAQ$ となる正則行列 $P \in M_m(\mathbb{R})$ と正則行列 $Q \in M_n(\mathbb{R})$ が存在する
によって定義する。 \sim は $M_{mn}(\mathbb{R})$ 上の同値関係であることを示せ。

(i) (反射律)

(ii) (対称律)

(iii) (推移律)

基礎数学演義3 第5回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q5-2. [定理 5-3-1] における「① \iff ③」を文章で表現せよ。Q5-3. [定理 5-3-1] における「② \implies ③」の対偶を書き、その意味を文章で表現せよ。Q5-4. \sim を集合 X ($\neq \emptyset$) 上の同値関係とする。 $x, y \in X$ に対して、

$$x \sim y \implies [x] \supset [y]$$

であることを示せ。

Q5-5. [定理 5-3-1] における「① \implies ③」を証明せよ。Q5-6. \mathbb{Z} 上の同値関係 \sim として合同関係 $\equiv \pmod{6}$ を考える。この同値関係に関する 4 の同値類 $[4]$ は \mathbb{Z} のどのような部分集合か? 同値類の定義に基づいて与えたのち、できるだけわかりやすい言葉に言い換えよ。