No.5 2026年5月7日

数学を学ぶ（関数と微分積分の基礎１）演習問題

5-1. 関数 $f(x) = \dfrac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$ を、微分係数の定義に基づいて求めよ。

5-2. 次の関数を微分せよ (計算過程がわかるように書くこと)。

(1) $f(x) = \sin(x^2)\cos^4(x^5) \qquad (x \in \mathbb{R})$

(2) $g(x) = \dfrac{3x^2 - 2}{(x^3 - 2x + 1)^5} \qquad$ (x は $x^3 - 2x + 1 \neq 0$ を満たす実数)

数学を学ぶ（関数と微分積分の基礎１）通信　[No.5]

2026 年 5 月 7 日発行

■ 演習問題 4-2(1) について

グラフはほとんどの人が描けていました。ただ、その図から連続と判断できるかという問いに対しては、連続と判断できるという解答が多かったものの、判断できないという解答、$x=1$ で不連続という解答も一定数ありました。

関数 $f(x)$ $(x \in S)$ が連続であるというのは、定義域内のすべての点 a で連続ということです。そして定義より、点 $a \in S$ で $f(x)$ が連続であるとは、a に収束する S 内のどんな数列 $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ に対しても数列 $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty}$ が $f(a)$ に収束するときを言いいます。しかし、この問題はグラフに基づいて連続か否かを判断する問題なので、数列を用いた厳密な定義ではなく、前回の授業の最初に述べた、グラフがその点で繋がっているかいないかによる素朴な考えの下で判断します。

さて、問題で与えられている関数のグラフは、$x=1$ のところで繋がっていないので連続でなさそうに思えます。しかし、$x=1$ は定義域に含まれていないので、そもそも繋がっているかいないかの議論の対象になりません。このように、素朴に判断する場合においてでさえも、関数に対して定義域を意識しているかいないかによって、認識に差が出てきてしまいます。繰り返しになりますが、関数を考える時にはそれがどういった集合上で定義されているのかを常に意識するようにしてください。そして、関数を表わすときにも「$f(x)$ $(x \in S)$」のように定義域を明記するように心がけてください。

■ 第 4 回学習内容チェックシートについて

- Q1 の 4 番目の設問は「0 以上の実数 a の n 乗根 $a^{\frac{1}{n}}$ とは？」とはという問いでした。この問いに対して「$x^n=a$ を満たす実数 $x \geq 0$ がただ 1 つ存在すること」という答えが沢山ありました。この答えは誤りです。なぜなら、a の n 乗根というのは n 乗すると a になる 0 以上の「実数のこと」であって、「存在すること」ではないからです。
- Q3 は与えられた関数が連続か否かを判定する問題でした。判定の根拠が示されていないものが殆どでした。関数 $f_1(x)=\sin\frac{1}{x}$ $(x \neq 0)$ が 0 において連続でないと思ったが何人かいましたが、連続です。確かにグラフは繋がっていないのですが、そもそも 0 は関数 $f_1(x)$ の定義域に含まれていないので、その点で繋がっているとかいないとかの議論の対象になりません。2 つ目の関数 f_2 についてはグラフを正確に描いて、繋がっていない点があるのかないのか、もしあるとすればどこなのかを観察すれば、正解できるはずです。3 つ目の関数 f_3 は、多項式関数なので連続です。
- Q4(2) の解答欄に中間値の定理 (定理 4-4-1) における (1) と (2) を書き入れた人がいますが、これらは中間値の定理そのものであって、それを用いてわかることではありません。中間値の定理を用いてわかる事実は [定理 4-4-1] の 3 行下の (1) と (2) に書かれています。これらを書いてください。

■ 次回予告

指数法則と指数関数の定義や性質を復習し、指数関数が微分可能であることを説明します。

数学を学ぶ (関数と微分積分の基礎１)・第５回 (2026 年５月７日) 演習問題解答シート

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 ___________________________

※自分の解答を以下に書いてください。書ききれない場合には、裏面に続けてください。解答には、答えだけでなく、適宜、途中の式や考察を含めてください（答えのみは評価しません)。