2026 年 5 月 19 日

基礎数学演義 3 第 6 回・問題解答&要約シート (1)

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 ___________________________

Q6-1. $Q(\mathbb{Z})$ における和 $[a,x]+[b,y]=[ay+bx,xy]$ が代表元の選び方によらずに、矛盾なく定義されていることを示すには、どのようなこと仮定して、どのようなことを示せばよいか。まず、証明の出発点と最終目標を書き、次にその証明を書け。

[証明の出発点]

[証明の最終目標]

[証明]

Q6-2. $\mathbf{0} := [0,1]$ と定めると、任意の $r \in Q(\mathbb{Z})$ に対して $r+\mathbf{0}=r=\mathbf{0}+r$ が成り立つことを示せ。

2026 年 5 月 19 日

基礎数学演義 3 第 6 回・問題解答&要約シート (2)

学 籍 番 号 ________________ 氏 名 ____________________________

Q6-3. 任意の $a, x, n \in \mathbb{Z}$ $(x, n \neq 0)$ に対して $Q(\mathbb{Z})$ において等式

$$[an, xn] = [a, x]$$

が成り立つことを示せ。

Q6-4. $r, s, t \in Q(\mathbb{Z})$ に対して

$$r = [a, x],\ s = [b, y],\ t = [c, z] \quad (x > 0,\ y > 0,\ z > 0)$$

とおく。

(1) $r + t \leq s + t$ を $\mathbb{Z}$ における不等号 $\leq$ を用いて書き換えよ。

(2) 「$r \leq s \implies r + t \leq s + t$」が成り立つことを示せ。

Q6-5. $S = \{1, 2, 3\}$ の部分集合全体からなる集合 $\mathscr{P}(S)$ 上で包含関係による順序 $\leq$ を考える。この順序は全順序ではないことを示せ。