

基礎数学演義1 第7回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q7-1. 3文字の置換全体からなる集合 S_3 の元をすべて列挙せよ。

Q7-2. 4文字の置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ と $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ について、
(1) $\sigma\tau$ (2) $\tau\sigma$ (3) σ^{-1} (4) τ^{-1} をそれぞれ求めよ。

Q7-3. 5文字の置換における巡回置換 $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4)$ はどのような置換を表わすか。

Q7-4. 7文字の置換

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

について以下の問いに答えよ。

(1) σ を互いに共通の文字を含まない巡回置換の積の形に表わせ。(2) σ を互換の積で表わせ。

基礎数学演義1 第7回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q7-5. (1) S_5 において、互換の積 $(35)(14)(24)$ はどのような置換か? この合成の下で、 $1, 2, 3, 4, 5$ のそれぞれがどのように写されるのかを調べて答えよ。

(2) S_5 において、互換の積 $(34)(23)(12)(45)(34)$ はどのような置換か? この合成の下で、 $1, 2, 3, 4, 5$ のそれぞれがどのように写されるのかを調べて答えよ。

(3) S_5 において、等号

$$(34)(23)(12)(45)(34) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix} = (35)(14)(24)$$

が成立することを、写像の定義に基づいて示せ。

Q7-6. 次の各置換の符号を求めよ。

$$(1) \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (2) \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (3) \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$