

基礎数学演義1 第8回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q8-1. $p, q, r \in \mathbb{R}$ とする。次の各連立一次方程式について、係数行列の行列式を計算して唯一の解を持つか否かを判定せよ。さらに、唯一の解を持つ場合には、その解も求めよ。(答えのみは不可。導出過程を書くこと。)

$$(1) \begin{cases} 5x + 3y = p \\ 7x + 2y = q \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y + 5z = p \\ 5x + 2y + 3z = q \\ 3x + 5y + 2z = r \end{cases}$$

Q8-2. 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ に対して x に関する多項式

$$\Delta_A(x) := |xE_3 - A|$$

を考える。ここで、 E_3 は3次単位行列である。 $\Delta_A(x)$ を

$$\Delta_A(x) = x^3 - bx^2 + cx - d \quad (b, c, d \in \mathbb{R})$$

と表わすとき、 b と d を求めよ。

基礎数学演義1 第8回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q8-3. 次の各正方形列 A に対して、指定された正方形の選び方 (影のついている正方形が選ばれた正方形) に対応する $|A|$ の項を求めよ。

$$(1) A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & d & a \\ c & d & a & b \\ d & a & b & c \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \blacksquare & & \\ \hline \blacksquare & & & \\ \hline & & & \blacksquare \\ \hline & & \blacksquare & \\ \hline \end{array}$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} a & b & c & d & e \\ e & d & a & b & c \\ d & a & e & c & b \\ c & e & b & a & d \\ b & c & d & e & a \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & \blacksquare & & \\ \hline \blacksquare & & & & \\ \hline & & & \blacksquare & \\ \hline & & & & \blacksquare \\ \hline & \blacksquare & & & \\ \hline \end{array}$$

Q8-4. 次の各行列式を計算せよ (導出過程がわかるように書くこと)。

$$(1) \begin{vmatrix} a & e & h & j \\ 0 & b & f & i \\ 0 & 0 & c & g \\ 0 & 0 & 0 & d \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a & b & c & a \\ c & d & d & b \\ 0 & 0 & d & c \\ 0 & 0 & b & a \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} a & 1 & 1 & b \\ 0 & 1 & c & 0 \\ 0 & d & 1 & 0 \\ e & 1 & 1 & f \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \ddots & 2 & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & n-1 & \ddots & 0 & 0 \\ n & 0 & \cdots & 0 & n+1 \end{vmatrix}$$