

オリエンテーションゼミナール 第8回・問題解答&要約シート (1)

氏名 _____

Q8-1. 2つの集合 A と B が等しいことを示すとき、どんなこと示せばよいのかを記号 \subset を用いて書きなさい。さらに、それを記号 \in を用いた文章に書き換えなさい。

[記号 \subset を用いた定義]

[\in を用いた文章による書き換え]

Q8-2. 集合 $A = \{ a \in \mathbb{R} \mid a^2 < 6a \}$ と集合 $B = \{ b \in \mathbb{N} \mid |b-3| < 3 \}$ が与えられているとし、この2つの集合が等しいことを示したかったとします。今、 $A \subset B$ の証明を次のように書き出したとします。

$a^2 < 6a$ より $a^2 - 6a < 0$ である。両辺に 9 を加えて $a^2 - 6a + 9 < 9$ となる。
 $a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2$ であるから、 $(a-3)^2 < 9$ の平方根をとって $|a-3| < 3$ を得る。
よって、 $A \subset B$ が示された。

この証明の書き方は正しくありません。どこが正しくないのかを指摘し、正しい書き出しに改めなさい。

Q8-3. 演習 10-1 に答えなさい。

2024年6月10日

オリエンテーションゼミナール 第8回・問題解答&要約シート(2)

氏名 _____

Q8-4. 集合の \cap , \cup に関して成り立つ分配律とはどのようなものですか。その等式を書き、なぜ「分配」という名称が使われるのかを説明しなさい。

Q8-5. 演習 10-2 に答えなさい。

2024年6月10日

オリエンテーションゼミナール 第8回・問題解答&要約シート (3)

氏名 _____

Q8-6. 補集合に関してどんな等式が成立しますか。さらに、その等式に「部分集合に対して補集合をとる」という視点で捉えた解釈を与えなさい。

[補集合に関する等式]

[補集合をとるという視点での解釈]

Q8-7. 演習 10-3 に答えなさい。

Q8-8. ド・モルガンの法則とはどんな法則ですか。

オリエンテーションゼミナール 第8回・問題解答&要約シート(4)

氏名 _____

Q8-9. 演習 10-4 に答えなさい。

Q8-10. X を集合とし、 A, B をその部分集合とします。次の同値変形において、 \iff の 1 つ 1 つのステップが成り立つことを確認しなさい： $x \in X$ に対して

$$\begin{aligned}x \in X - A \cap B &\stackrel{(*)1}{\iff} x \in X \text{ かつ } x \notin A \cap B \\ &\stackrel{(*)2}{\iff} x \in X \text{ かつ } (x \notin A \text{ または } x \notin B) \\ &\stackrel{(*)3}{\iff} (x \in X \text{ かつ } x \notin A) \text{ または } (x \in X \text{ かつ } x \notin B) \\ &\stackrel{(*)4}{\iff} x \in X - A \text{ または } x \in X - B \\ &\stackrel{(*)5}{\iff} x \in (X - A) \cup (X - B)\end{aligned}$$

[(*)1] の成立理由]

[(*)2] の成立理由]

[(*)3] の成立理由]

[(*)4] の成立理由]

[(*)5] の成立理由]