2024 年 6 月 4 日

**基礎数学演義 3　第 9 回・問題解答&要約シート (1)**

学　籍　番　号 ________________　氏　名 __________________________

Q9-1. 複素数 $\alpha = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ に対して $\overline{\alpha} = a - bi$ を $\alpha$ の共役複素数と呼ぶ。

複素数 $\alpha, \beta$ に対して $\overline{\alpha\beta} = \overline{\alpha}\overline{\beta}$ が成り立つことを用いて、任意の $n \in \mathbb{N}$ に対して $\overline{\alpha^n} = (\overline{\alpha})^n$ となることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

Q9-2. (1) [例 9 - 1 - 4] と [補題 9 - 2 - 4] を用いて [例 9 - 2 - 5] を示せ。

(2) 多項式 $f \in \mathbb{R}[X]$ が $\alpha = 4 - i \in \mathbb{C}$ を根に持つとする。このとき、$f$ は $\mathbb{R}[X]$ において $X^2 - 8X + 17$ により割り切れることを示せ。

2024 年 6 月 4 日

**基礎数学演義 3　第 9 回・問題解答&要約シート (2)**

学 籍 番 号 ________________　氏 名 ____________________________

Q9-3. $n$ 次式 $f, g \in \mathbb{K}[X]$ が $\mathbb{K}$ に属する相異なる $(n+1)$ 個の元 $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n$ に対して $f(\alpha_i) = g(\alpha_i)$ $(i = 0, 1, \ldots, n)$ を満たすならば、多項式として $f = g$ となることを、[系 9 - 2 - 3] を用いて示せ。

Q9-4. ラグランジュの補間式を適用して、$\beta_0, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$ に対して、$f(0) = \beta_0, f(1) = \beta_1,\ f(2) = \beta_2$ を満たす高々 2 次の多項式 $f \in \mathbb{R}[X]$ を求めよ。但し、最終的な答えは $f = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$ の形で与えること。

Q9-5. $(x, y)$-座標平面 $\mathbb{R}^2$ 上に 3 点 $\mathrm{P}(7-\sqrt{5}, \alpha),\ \mathrm{Q}(-\sqrt{5}, \beta),\ \mathrm{R}(7, \gamma)$ が与えられているとする。この 3 点を通る放物線あるいは直線の方程式を求めよ。