

基礎数学演義3 第11回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q11-1. 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が実数 α に収束することの定義を次の2通りに書け。

[論理記号を用いずに文章で]

[論理記号を用いて]

Q11-2. 数列の極限の定義を上記のように定義する背景を説明せよ。

Q11-3. 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束するとき、 $\{a_n + b_n\}_{n=1}^{\infty}$ も収束して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ が成り立つことを示せ。

基礎数学演義3 第11回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q11-4. (1) 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が有界であることの定義を次の2通りに書け。

[論理記号を用いずに文章で]

[論理記号を用いて]

(2) 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ について $\{3a_n + 1\}_{n=1}^{\infty}$ が有界ならば $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ も有界であることを示せ。Q11-5. 次の漸化式で与えられる数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ について以下の問いに答えよ。

$$a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{a_n + 8}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束すると仮定し、その極限 α を求めよ。(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ であることを認めて、 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が実際に(1)で求めた α に収束することを示せ。