

基礎数学演義 3 第 11 回・問題解答&要約シート (1)

学 籍 番 号 \_\_\_\_\_ 氏 名 \_\_\_\_\_

Q11-1. 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が実数  $\alpha$  に収束することの定義を次の 2 通りに書け。

[論理記号を用いずに文章で]

[論理記号を用いて]

Q11-2. 数列の極限の定義を上記のように定義する背景を説明せよ。

Q11-3. 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ ,  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  が収束するとき、 $\{a_n + b_n\}_{n=1}^{\infty}$  も収束して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  が成り立つことを示せ。

## 基礎数学演義 3 第 11 回・問題解答&amp;要約シート (2)

学 籍 番 号 \_\_\_\_\_ 氏 名 \_\_\_\_\_

Q11-4. (1) 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が有界であることの定義を次の 2 通りに書け。

[論理記号を用いずに文章で]

[論理記号を用いて]

(2) 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  について  $\{3a_n + 1\}_{n=1}^{\infty}$  が有界ならば  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  も有界であることを示せ。Q11-5. 次の漸化式で与えられる数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  について以下の問いに答えよ。

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{a_n + 8}{a_n + 3} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1)  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が収束すると仮定し、その極限  $\alpha$  を求めよ。(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$  であることを認めて、 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  が実際に (1) で求めた  $\alpha$  に収束することを示せ。