

基礎数学演義1 第12回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q12-1. 开区間 I 上で定義された関数 $f(x)$ について以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ ($x \in I$) が点 $a \in I$ で微分可能であるとはどのような条件が成り立つときをいうのか答えよ。

(2) 関数 $f(x)$ ($x \in I$) が微分可能であるとはどのような条件が成り立つときをいうのか答えよ。

(3) 関数 $f(x)$ ($x \in I$) が微分可能であるとき、その導関数はどのように定義される関数か。

Q12-2. 関数 $f(x) = \frac{1}{x}$ ($x \neq 0$) の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$ を、微分係数の定義に基づいて求めよ。

Q12-3. 次の関数を微分せよ (計算過程がわかるように書くこと)。

(1) $f(x) = \sin(x^2) \cos^4(x^5)$ ($x \in \mathbb{R}$)

(2) $g(x) = \frac{3x^2 - 2}{(x^3 - 2x + 1)^5}$ (x は $x^3 - 2x + 1 \neq 0$ を満たす実数)

基礎数学演義1 第12回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q12-4. 次の各関数を微分せよ(計算過程がわかるように書くこと)。

(1) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^{-\frac{x}{2}} \quad (x \in \mathbb{R})$

(2) $g(x) = e^{2x} \log(x^3) \quad (x > 0)$

(3) $h(x) = \sqrt{2 + \cos x} \quad (x \in \mathbb{R})$

Q12-5. 逆関数定理により、関数 $\tan x \quad (x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}))$ は微分可能な逆関数を持つ(この事実は既知とする)。その逆関数 $\text{Tan}^{-1}(y) \quad (y \in \mathbb{R})$ の導関数を求めよ(どのようにして導いたのかがはっきりわかるように書くこと)。

Q12-6. $a > 0$ に対して、 a を底とする指数関数 $\exp_a(x) = a^x \quad (x > 0)$ を考える。(1) 任意の $x \in \mathbb{R}$ に対して $a^x = \exp(x \log a)$ と表わされることを示せ。ヒント: $b = \log a$ とおくと、 $e^b = a$ となる。(2) (1) を利用して、関数 $\exp_a(x) = a^x \quad (x > 0)$ の導関数を求めよ。