

## フレッシュマンゼミナール 第12回・問題解答&amp;要約シート(1)

氏名 \_\_\_\_\_

Q12-1. (1) 全単射の定義を書きなさい。

(2) 2つの集合  $A, B$  の間に全単射が存在すると、どのようなことが分かりますか。(3) 任意の集合  $A$  ( $\neq \emptyset$ ) に対して全単射  $f: A \rightarrow A$  の例を与えなさい。Q12-2. 写像  $f: A \rightarrow B$  が全単射であるとき、逆写像  $f^{-1}$  が定義されます。これはどのように定義される写像ですか。Q12-3. 写像  $f: A \rightarrow B$  が全単射であるとき、 $a \in A$  と  $b \in B$  に対して

$$b = f(a) \iff f^{-1}(b) = a$$

が成り立つことを確認しなさい。

2025年12月15日

フレッシュマンゼミナール 第12回・問題解答&要約シート(2)

氏名 \_\_\_\_\_

Q12-4. 演習26-3\*を解きなさい。

2025年12月15日

**フレッシュマンゼミナール 第12回・問題解答&要約シート (3)**

氏名 \_\_\_\_\_

Q12-5. 演習 26-4(2) を解きなさい (演習 26-4(1) を前提に解いてよい)。

Q12-6. 写像  $f : A \rightarrow B$  に対して、写像  $g : B \rightarrow A$  であって、 $g \circ f = \text{id}_A$ かつ  $f \circ g = \text{id}_B$  を満たすものが存在するならば、 $f$  は全単射であり、このとき、 $g$  は  $f$  の逆写像であることを示しなさい。

2025年12月15日

フレッシュマンゼミナール 第12回・問題解答&要約シート(4)

氏名 \_\_\_\_\_

Q12-7. 平面  $\mathbb{R}^2$  における単位円周  $C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$  を考え、写像  $f : C - \{(0, 1)\} \rightarrow \mathbb{R}$  を

$$f(x, y) = \frac{x}{1-y} \quad ((x, y) \in C - \{(0, 1)\})$$

によって定義します。

(1) この写像は幾何学的にはどのように作られている写像ですか。図を用いて説明しなさい。

(2)  $f$  は全単射であることがわかります。その逆写像がどのように与えられるのか、図を用いて説明しなさい。

Q12-8. 演習26-5を解きなさい。