

フレッシュマンゼミナール 第 12 回・問題解答&要約シート (1)

氏 名 _____

Q12-1. (1) 全単射の定義を書きなさい。

(2) 2 つの集合 A, B の間に全単射が存在すると、どのようなことが分かりますか。

(3) 任意の集合 $A (\neq \emptyset)$ に対して全単射 $f: A \longrightarrow A$ の例を与えなさい。

Q12-2. 写像 $f: A \longrightarrow B$ が全単射であるとき、逆写像 f^{-1} が定義されます。これはどのように定義される写像ですか。

Q12-3. 写像 $f: A \longrightarrow B$ が全単射であるとき、 $a \in A$ と $b \in B$ に対して

$$b = f(a) \iff f^{-1}(b) = a$$

が成り立つことを確認しなさい。

2025 年 12 月 15 日

フレッシュマンゼミナール 第 12 回・問題解答&要約シート (2)

氏 名 _____

Q12-4. 演習 26-3*を解きなさい。

フレッシュマンゼミナール 第 12 回・問題解答&要約シート (3)

氏 名 _____

Q12-5. 演習 26-4(2) を解きなさい (演習 26-4(1) を前提に解いてよい)。

Q12-6. 写像 $f: A \longrightarrow B$ に対して、写像 $g: B \longrightarrow A$ であって、 $g \circ f = \text{id}_A$ かつ $f \circ g = \text{id}_B$ を満たすものが存在するならば、 f は全単射であり、このとき、 g は f の逆写像であることを示しなさい。

フレッシュマンゼミナール 第 12 回・問題解答&要約シート (4)

氏 名 _____

Q12-7. 平面 \mathbb{R}^2 における単位円周 $C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$ を考え、写像 $f : C - \{(0, 1)\} \rightarrow \mathbb{R}$ を

$$f(x, y) = \frac{x}{1-y} \quad ((x, y) \in C - \{(0, 1)\})$$

によって定義します。

(1) この写像は幾何学的にはどのように作られている写像ですか。図を用いて説明しなさい。

(2) f は全単射であることがわかります。その逆写像がどのような与えられるのか、図を用いて説明しなさい。

Q12-8. 演習 26-5 を解きなさい。