

基礎数学演義 3 第 13 回・問題解答&要約シート (1)

学 籍 番 号 _____ 氏 名 _____

Q13-1. 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ と実数 $\alpha \in \mathbb{R}$ について以下の問いに答えよ。(1) $N \in \mathbb{N}$ とし、命題

$$Q(\alpha, \varepsilon, N) : n > N \Rightarrow |a_n - \alpha| < \varepsilon$$

を考える。

(i) $Q(\alpha, \varepsilon, N)$ を論理記号 $\forall, \exists, \Rightarrow$ を用いずに文章で書け。(ii) $Q(\alpha, \varepsilon, N)$ の否定を論理記号 $\forall, \exists, \Rightarrow$ を用いずに文章で書け。

(2) (13-1 a) の否定命題を作ることにより、(13-1 b) を導け。

(3) 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が収束しないことの定義を次の 2 通りに書け。(i) 論理記号 $\forall, \exists, \Rightarrow$ 等を用いて書け。(ii) 論理記号 $\forall, \exists, \Rightarrow$ 等を用いずに文章で書け。Q13-2. 数列が収束しないことの定義に基づいて、数列 $\{(-2)^n\}_{n=1}^{\infty}$ が発散することを確認せよ。

基礎数学演義 3 第 13 回・問題解答&要約シート (2)

学 籍 番 号 _____ 氏 名 _____

Q13-3. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-5)^n + 4^n}{(-5)^{n+1} + n3^n}$ が存在することを確認し、その極限を求めよ。

Q13-4. $a > 0$ のとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a}$ が存在し、その極限は 1 となることを、 $a > 1$ のとき、 $a = 1$ のとき、 $0 < a < 1$ のときの 3 つの場合に分けて示せ。

(1) $a > 1$ のとき：

(2) $a = 1$ のとき：

(3) $0 < a < 1$ のとき：